ERSTE STAATSPRÜFUNG
FÜR DAS LEHRAMT AN SONDERSCHULEN
01.08.2008

AN DER
FAKULTÄT FÜR SONDERPÄDAGOGIK

DER PÄDAGOGISCHEN HOCHSCHULE LUDWIGSBURG
IN VERBINDUNG MIT DER UNIVERSITÄT TÜBINGEN
MIT SITZ IN REUTLINGEN

WISSENSCHAFTLICHE HAUSARBEIT

TORSTEN HOFSTETTER

THEMA:
ZUR ZAHLBEGRIFFSENTWICKLUNG BEI SCHÜLERINNEN UND SCHÜLERN MIT KÖRPERLICHEN BEHINDERUNGEN – ANALYSE VON THEORETISCHEN MODELLEN UND UNTERRICHTSMATERIALIEN

THEMA VEREINBART MIT REFERENTIN: Prof'in. Dr. U. Kerpa
KORREFERENT: AOR W. Nachtmann

Caminante, no hay camino,
se hace camino al andar.

Antonio Machado

Wanderer, es gibt keinen Weg,
der Weg entsteht beim Gehen.

I Vorwort

„Meine Lippen konnten die Gedanken nicht aussprechen, die durch meinen Geist wirbelten wie Schwärme von ungeduldigen Bienen. [...] Ich war zu brütendem Schweigen verdammt. [...] Wenn auch mein Körper verkrüppelt war, mein Geist war es nicht. [... Gezielt] bewegen konnte ich einzig meinen linken Fuß. [...] Er war mein Weg in eine neue Welt, mein Schlüssel zur geistige Freiheit" (BROWN 1980, zitiert nach KALLENBACH 2006, 60). Dieses autobiographische Zeugnis eines durch Athetose schwer körperbehinderten Menschen drückt ziemlich gut aus, was mich seit meiner Zeit als Zivildienstleistender an einer Schule für Körperbehinderte sehr beschäftigt. Nämlich, dass es Menschen gibt, die ohne bzw. mit sehr geringen geistigen, aber größten körperlichen Einschränkungen mit ihren Gedanken und Fragen gefangen sind im eigenen Körper.[1] Ob nun die Mathematik für BROWN einen Teil der beschriebenen geistigen Freiheit darstellt, kann ich nicht sagen. Ich würde sogar behaupten, dass es Wichtigeres gibt z.B. Kommunikation oder Lesen. Aber dennoch ist gerade ein grundlegender Zahlbegriff eine wichtige Voraussetzung zur aktiven Teilnahme an der geistigen und dinglichen Welt in unserer Gesellschaft. Daher ist es als Lehrer an einer Schule für Körperbehinderte eine wichtige Aufgabe, auch solchen schwer bewegungsbeeinträchtigten Schülerinnen und Schülern einen Zugang zu der Welt der Zahlen zu verschaffen. Und zwar nicht irgendwie aus dem Bauch und aus dem (zufällig ausgewählten) Schulbuch heraus, sondern auf Grund fundierter theoretischer Kenntnisse. Dies gilt nicht nur im Hinblick darauf, dass aus diesen Leuten später vielleicht große Mathematiker, wie z.B. Steve Hawkins, werden, sondern auch bezüglich der „normalen" Teilhabe am alltäglichen Leben. Über diese sehr praktisch ausgerichtete Zielsetzung hinaus kann ein gut fundierter, angstfreier und bestärkender Mathematikunterricht zur Vermeidung von Lernstress und Schulangst beitragen. Für mich war es ebenfalls eine spannende Sache, Erkenntnisse aus dem ersten und dem zweiten Studienabschnitt miteinender zu verbinden.

1 An dieser Stelle sei angemerkt, dass die große Mehrheit der Schülerinnen und Schüler an einer Schule für Körperbehinderte zusätzliche eine geistige Behinderung oder eine Lernbeeinträchtigung haben. Diese Menschen möchte ich nicht hinten anstellen, denn ich achte sie sehr und sie faszinieren und beschäftigen mich auf eine andere einzigartige Weise. Die Inhalte dieser Arbeit können m.E. ebenfalls zumindest teilweise auf diese Personen übertragen werden. Jene sind jedoch nicht Teil dieser einführenden Betrachtung.

Ich möchte beginnen mit einem ersten Blick auf die Situation an der Schule für Körperbehinderte, woraufhin ich meine Fragestellung präzisieren werde. Danach soll die Definition des Zahlbegriffs geklärt werden, um anschließend an Hand ausgewählter entwicklungspsychologischer Modelle zu beschreiben, welche Auffassung es über den Erwerb des Zahlbegriffs gab und gibt. Der aktuelle Forschungsstand soll durch empirische Untersuchungsergebnisse und durch Modelle des (mathematischen) Lernens dargestellt werden, wobei sich meine Betrachtung des Zahlbegriffserwerbs auf den mathematischen Anfangsunterricht beschränkt. Gegen Ende soll der Blick nun wieder stärker auf die Problematik der Körperbehinderung gelenkt werden. So möchte ich versuchen aufzuzeigen, was bei einer Analyse von mathematikdidaktischem Material bei der Arbeit mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern alles zu beachten ist. Darauf aufbauend möchte ich am Beispiel von Menschen mit Athetose beschreiben, wie sich didaktisches Material, unter Berücksichtigung der zuvor erarbeiteten Erkenntnissen, ganz konkret modifizieren lässt.

Ich habe versucht anschauliche Beispiele mit vielen bildlichen Darstellungen zu verwenden. Die Reflexion der allgemeinen entwicklungspsychologischen Erkenntnisse bezüglich Menschen mit einer Körperbehinderung werde ich schwerpunktmäßig gegen Ende dieser Arbeit vollziehen, aber auch schon in die ursprünglichen Ausführungen versuchen miteinfließen zu lassen.

Spezieller Dank an:

Jörgen Mama Mathilde Eva Tilman

Katherina Heidi Mora Isabell

Markus

2 MATHEMATIK AN DER SCHULE FÜR KÖRPERBEHINDERTE

2.1 RECHENSCHWÄCHE, EINE BEGLEITERSCHEINUNG VON KÖRPERBEHINDERUNG?

Für eine erste Bestandsaufnahme der Situation an Schulen für Körperbehinderte stütze ich mich auf eine Veröffentlichung von WIECZOREK, in der sie versucht zu ergründen, warum die Mathematik als der Bereich angesehen wird, in dem „Kinder mit Körperbehinderung besondere Probleme aufweisen" (WIECZOREK 2005, 235). Die oft geläufigen Erklärungsversuche, welche die Gründe hierfür in cerebralen Schädigungen, gestörter Wahrnehmung oder allgemein im Erfahrungsmangel der Schülerinnen und Schüler sehen, greifen zu kurz. Sie können sicherlich Teil der Probleme sein, welche Kindern mit einer Körperschädigung das Erlernen von Mathematik erschweren, sie bergen jedoch eine gefährliche Zwangsläufigkeit in sich. So kann die Vorstellung entstehen, dass Rechenschwäche als „syndromzugehörig" (ebd.) angesehen wird. Ein methodisch-didaktisches Hinterfragen des Unterrichts kann dadurch gehemmt werden. (vgl. ebd.)

Das Anerkennen von Rechenschwäche als notwendige Begleiterscheinung einer Körperbehinderung aus oben genannten Gründen steht also der Fragen nach der Verbesserung des Unterrichts und damit einer Hinterfragung angewandter Methoden, Materialien und theoretischen Modellen im Wege. Daher muss man sich zuerst mit diesen vermeintlichen Erklärungen auseinandersetzen.

WIECZOREK führt in diesem Zusammenhang eine Untersuchung an, die zwar feststellt, dass Schülerinnen und Schüler mit Spina bifida in Mathematik oft Schwierigkeiten haben, dies jedoch an einem geringeren Lerntempo und dem damit verbundenen Zeitdruck liegt. Die Tatsache, dass Jungen jedoch weniger Probleme in Mathematik haben als Mädchen, negiert die These, dass ihre Körperbehinderung und eine daraus resultierende verzögerte motorische Entwicklung der Grund für die Mathematikschwäche seien. (vgl. WIECZOREK 2005, 235)

Die Annahme, dass eingeschränkte Erfahrungsmöglichkeiten im sensomotorischen Bereich dauerhafte Probleme im mathematischen Lernen manifestieren, entspringt einer hierarchisch-deterministischen Vorstellung, welche die Entwicklung als das Aufeinanderfolgen von Stufen betrachtet, wobei diese Stufen zeitlich begrenzt sind und jede Stufe selbst Voraussetzung für die nächst höhere ist. Dies würde also bedeuten, dass bei einem Kind, welches im frühen Kindesalter auf Grund einer Körperbehinderung gewisse Erfahrungen nicht machen kann, sich dieser Mangel konstant erhalten und beständig auf den Lernprozess auswirken würde. Diese Sichtweise ist allerdings durch die Erkenntnisse der Neurophysiologie insofern widerlegt, als man heute weiß, dass es möglich ist, beim Fehlen bestimmter Erfahrungen im sensorischen Bereich andere Wege zu finden, um die notwendigen kognitive Strukturen aufzubauen. Eine Aussage über kausale Zusammenhänge ist also schwierig. Anstatt zwingender Ursachen werden sogenannte Risikofaktoren angenommen, unter denen Probleme in Mathematik entstehen können. Unter diesem Gesichtspunkt kann eine Körperbehinderung durchaus als Risikofaktor, nicht aber als hinreichende Bedingung für Rechenschwäche gesehen werden. (vgl. WIECZOREK 2005, 235)

Ähnlich verhält es sich mit dem Einwand, die Schwierigkeiten in Mathematik lägen an einer Störung der Wahrnehmung, die oft mit einer Körperbehinderung einhergeht. Hier kann die Gefahr darin liegen, dass man zu großes Gewicht auf die Therapierung dieser Störung legt und nicht die angewandte Methode bezüglich ihres mathematischen Lernfortschritts hinterfragt. WIECZOREK zitiert hier ein Beispiel, in dem ein Schüler mit cerebraler Bewegungsstörung eine an die Wahrnehmungsförderung gekoppelte Übung zu Mengen nicht bewältigen konnte, jedoch im Alltag hohe mathematische Kompetenzen im Familiengeschäft zeigte. (vgl. WIECZOREK 2005, 235f)

Die eingangs aufgestellte These, dass cerebrale Schädigungen, gestörte Wahrnehmung bzw. Erfahrungsmangel bei Schülerinnen und Schülern mit einer Körperbehinderung alleine keine zwangsläufige und unüberwindbare Hürde beim Mathematiklernen sei, wurde durch die aufgeführten Argumente bestätigt. Nun stellt sich weiter die Frage, wo die speziellen Bedürfnisse und eventuellen Schwierigkeiten für Schülerinnen und Schüler mit einer Körperbehinderung liegen und welche Folgen dies für den Unterricht haben könnte.

2.2 SPEZIFISCH AUF KÖRPERBEHINDERUNG BEZOGENE PROBLEME

Obwohl kritisiert wurde, dass die alleinige und vor allem unveränderbare Ursache der Mathematikprobleme an der Schule für Körperbehinderte in dem Fehlen von (sensomotorischen) Erfahrungen zu suchen ist, bleibt die Frage nach fehlenden Erfahrungen auf Grund der Körperbehinderung ein bedeutender Aspekt. So sieht WIECZOREK in der Ermöglichung *realer Erfahrungen* eine wichtige Aufgabe für das Arbeiten mit körperbehinderten Kindern.

Dem zugrunde liegt die Annahme, dass solche Realerfahrungen die Basis für abstrakte Denkprozesse bilden. Dabei geht es gerade nicht um logisch abstrakte Vorübungen, wie sie im Zuge der Mengelehre praktiziert wurden (siehe Kapitel 4.7.1), sondern um einen ausgiebigen Umgang mit unstrukturiertem Material, womit durchaus mathematische Sachverhalte erkundet werden können. So können Kinder z.B. im Sandkasten, im Garten, in der Küche, beim Vergleichen, Messen, Zählen, Holen, Bringen, Ordnen, Ein- und Ausräumen, etc. die Beziehungen wie größer/kleiner, mehr/weniger/gleichviel, leichter/schwerer, kürzer/länger, wenig/mehr etc. kennen lernen. Es geht dabei um Erkundungen der Umwelt im Kindesalter und um Alltagserfahrungen, die für Kinder ohne körperliche Behinderung selbstständig gemacht werden können. Hierbei kann „jede Bewegung des Körpers in Raum und Zeit, jedes Spiel mit konkreten Dingen“ (WILD 1998, zitiert nach WIECZOREK 2005, 236), als frühe Mathematik betrachtet werden. Die (sonder-)pädagogische Aufgabe liegt folglich darin, mit den (körperbehinderten) Kindern gemeinsam solche (Alltags-)Situationen zu entdecken bzw. anzuregen, die Schülerinnen und Schüler zur Auseinandersetzung damit zu ermutigen und sie bei der Bewältigung zu unterstützen. (vgl. WIECZOREK 2005, 236f)

2.3 ALLGEMEINE MATHEMATIKDIDAKTISCHE ASPEKTE

Darüber hinaus formuliert WIECZOREK Schwierigkeiten, die nicht primär in Verbindung mit einer körperlichen Behinderung stehen. Trotzdem haben sie große Bedeutung für das Problem der Rechenschwäche direkt und daher für die Arbeit an der Schule für Körperbehinderte im übertragenen Sinne:

- **Teufelskreis Rechenschwäche:** Lernbeeinträchtigungen, nicht nur in Mathematik, führen zu Demütigungen und Selbstwertverletzungen. Daraus resultiert Unsicherheit im Glauben an die eigenen Fähigkeiten, was schließlich zu Resignation und Angst vor dem Fach führen kann. (vgl. WIECZOREK 2005, 236)
- Lehrer interpretieren Rechenschwäche oft als **Persönlichkeitsmerkmal anstatt als Vermittlungsproblem**. Dies betrifft, wie oben bereits erwähnt, in besonderem Maße auch Schülerinnen und Schüler mit einer Körperbehinderung. Es kann dazu führen, dass sich Lehrer damit entlasten können, weil nicht der Unterricht hinterfragt werden muss, da das Problem ja bei den Schülerinnen und Schülern liegt. (vgl. ebd.)
- **Fehlende Sinnhaftigkeit:** Das genannte Vermittlungsproblem kann dadurch entstehen, dass der Inhalt für die Schülerinnen und Schüler keine subjektive Bedeutung hat oder die praktische Nützlichkeit für sie nicht ersichtlich ist. (vgl. ebd.) Diese beiden Aspekte betreffen Schülerinnen und Schüler mit einer Körperbehinderung in besonderem Maße, vor allem bei der Verwendung „normalen“ Unterrichtsmaterials.
- **Zu frühe Symbolisierung:** Ein große Fehler des Anfangsunterrichts, mit dem vor allem lernschwache Schülerinnen und Schüler zu kämpfen haben, ist die zu frühe Verwendung abstrakter Symbole (1,2,3,4,...,+,-,=, >,<, ...) und die Einführung des Stellenwertsystems ohne verstandene Notwendigkeit. Die Schülerinnen und Schüler sollten die Nützlichkeit der Symbolschreibweise und des Stellenwertsystems selbst erfahren, indem verschiedene Methoden entwickelt werden, wie man große Mengen zählen kann und welche am nützlichsten ist. Hierbei können die Kinder anhand eigener Notationsformen die Brauchbarkeit von Symbolen entdecken und verlieren dabei vielleicht die Angst vor ihnen. Gleiches gilt für das Stellenwertsystem. Ein weiterer Weg wäre die Beschäftigung mit der geschichtlichen Entwicklung unserer heutigen Schreibweise. (vgl. ebd. 237ff) Diese Erfahrungen den Schülerinnen und Schülern mit einer Körperbehinderung zu ermöglichen ist die Aufgabe des fortgeschrittenen Anfangsunterrichts.

- Bei **Sachaufgaben** hängt, neben den mathematischen Fähigkeiten, viel von der Lesefertigkeit, vom Sprachverständnis und vom „Alltags- und Weltwissen“ (ebd., 239) der Schülerinnen und Schüler ab. Dies gilt es neben den mathematischen Aspekten der Aufgaben zu berücksichtigen. Daher ist auch hier die subjektive Bedeutung wichtig, Textaufgaben sollten sich an der Alltagswelt der Kinder orientieren. Dies betrifft den veränderten Alltag von körperbehinderten Schülerinnen und Schülern in besonderer Weise. Letztlich sollte die Mathematik als nützliches Werkzeug zur Lösung solcher Alltagsprobleme erfahren werden. (vgl. ebd. 239f)

2.4 Konkretisierung der Fragestellung

Nach dieser sehr breiten Darlegung der Situation und der Herausforderungen an der Schule für Körperbehinderte soll im Weiteren der Fokus auf den frühen Prozess der Zahlbegriffsentwicklung im Zuge des mathematischen Erstunterrichts gelegt werden. In einem falschen Verständnis der Kinder darüber, was Zahlen sind, können oft die Ursprünge von Mathematikproblemen liegen. Gleichzeitig kann im falschen Verständnis von der Entwicklung des Zahlbegriffs der Ursprung für methodische Fehler liegen. Der Forderung von WIECZOREK, den Unterricht methodisch didaktisch zu hinterfragen und die Gründe für Mathematikprobleme nicht einseitig in der Konstitution der Schülerinnen und Schüler zu suchen, setzt daher eine intensive Beschäftigung mit Zahlbegriffsmodellen voraus. Auch bei dem Entdecken bzw. Initiieren von subjektiv bedeutsamen Situationen für das Kind ist diese theoretische Grundlage notwendig, um diese Situationen auf die Nützlichkeit für den Zahlbegriffserwerb hin prüfen zu können. Darüber hinaus ist das Wissen über die Entstehung und Weiterentwicklung von Modellen der Zahlbegriffsentwicklung dienlich, um die Situation an der Schule für Körperbehinderte besser einschätzen zu können, eventuelle (methodische) Irrwege zu entdecken und zu meiden. Schließlich sollen die theoretischen Erkenntnisse über die Zahlbegriffsentwicklung später in die Anforderungskriterien für die Beurteilung didaktischen Materials einfließen.

3 DER ZAHLBEGRIFF

Bei der Frage, was der Zahlbegriff ist, sind wir schon mitten in der wissenschaftlichen Kontroverse – und das nicht erst seit heute. So waren die ersten mathematischen Forscher im antiken Griechenland so begeisterst, dass sie sagten: „Alles ist Zahl“ (Aristoteles, Metaphysik; zitiert nach JOHANN 1999, 44), oder: „In der Tat hat ja alles, was man erkennen kann, Zahl. Denn es ist nicht möglich, irgendwas mit dem Gedanken zu erfassen oder zu erkennen ohne diese.“ (Philolaos aus Kroton, zitiert nach MESCHKOWSKI 1990, 1). Im Laufe der Zeit wurde die Zahl sogar als etwas Heiliges, von Gott Gegebenes angesehen (vgl. JOHANN 1999, 44). Erst viel später betrachtete man die Zahl als eine Erfindung des menschlichen Verstandes und fragte nach deren logischer Grundlage (vgl. MOSER OPITZ 2002, 15). Ende des 19. Jahrhunderts wurde durch die Formulierung mehrer Theorien die Struktur der natürlichen Zahlen als das Fundament für die heutige Sicht der Zahlen gelegt und zwar durch „die Zurückführung aller mathematischen Disziplinen und damit auch der Zahltheorie auf ‚allgemeine’ Strukturen, nämlich die der Mengen und der Logik“ (JOHANN 1999, 44f).

Heute geht man von mehreren Aspekten der Zahl aus:

- **Kardinaler Aspekt:** Bezeichnung für die Anzahl von Elementen in einer Menge (Mächtigkeit). Antwort auf die Frage: Wieviele?
  Beispiel: Im Auto sitzen vier Personen.
- **Ordinaler Aspekt - Ordinalzahl:** Rangplatz eines Elements in einer Reihe. Antwort auf die Frage: Wievielter?
  Beispiel: Er liegt beim Wettrennen auf dem zweiten Platz.
- **Ordinaler Aspekt - Zählzahl:** Aufsagen der Zahlnamen in ihrer Reihenfolge (nicht unbedingt mit Bezug auf zu zählende Objekte)
  Beispiel: Abzählreime
- **Maßaspekt:** Bezeichnung von Größen relativ zu einer bestimmten Einheit. Antwort auf die Frage: Wieviel? Wie groß? Wie schwer? Wie lang?
  Beispiel: Der Tisch ist 70 cm hoch.
- **Operatoraspekt:** Angabe über die Vielfachheit einer Handlung oder eines Vorgangs. Antwort auf die Frage: Wie oft? Wieviel mal?
  Beispiel: Kevin geht zweimal die Woche zum Training.
- **Rechenaspekt:** Unter Beachtung gewisser Regeln und Gesetze kann man mit Zahlen rechnen. Die Gleichheit ist dabei entscheidend. Es entstehen algebraische Strukturen.
  Beispiel: $7+3=10 \qquad 3+7=7+3$
- **Codierungsaspekt:** Bezeichnen und Unterscheiden von Dingen ohne damit rechen oder (Größen-)Vergleiche machen zu können.
  Beispiel: Reutlingen hat die Postleitzahl 72762. (vgl. PADBERG 1996, 7ff)

Kindern begegnen Zahlen in allen Aspekten. Daher können sie prinzipiell über Vorerfahrungen in allen Bereichen verfügen, jedoch in unterschiedlicher Intensität. Die Förderung aller Aspekte ist letztlich das Ziel des Mathematikunterrichts. Trotzdem kann der kardinale und der ordinale Aspekt als besonders bedeutsam für das grundlegende Verständnis der natürlichen Zahlen hervorgehoben werden. (vgl. ebd., 6ff)

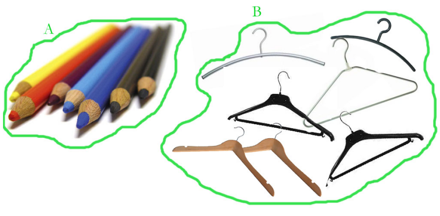
4 Entwicklungspsychologische Modelle des Zahlbegriffserwerbs – Ein Rückblick

„Ein zentraler Diskussionspunkt zur Begründung der Zahl bestand in der Frage, ob natürliche Zahlen (die Zahlenfolge 1,2,3 ...) in erster Linie ordinal oder kardinal zu denken sind" (MOSER OPITZ 2002, 16). Dabei geht es nicht um die Frage, welcher Aspekt einzig wichtig ist – wichtig sind beide – , sondern darum, welcher Weg der Erkenntnis durchlaufen wird beim Erlernen des Zahlbegriffs. Je nach Modell hat dies daher auch unterschiedliche Konsequenzen auf die methodisch-didaktische Vorgehensweise beim Erlernen des Zahlbegriffs.

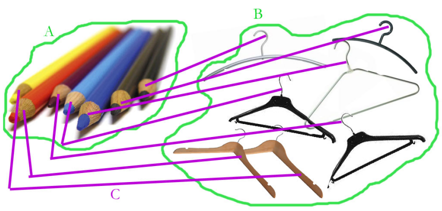
4.1 Die Kardinalzahltheorie

Die Kardinalzahltheorie nennt als Grundlage oft das Werk des britischen Philosophen, Mathematikers und Logiker Bertrand Arthur William Russell (1872-1970). (vgl. WIKIPEDIA 2008)

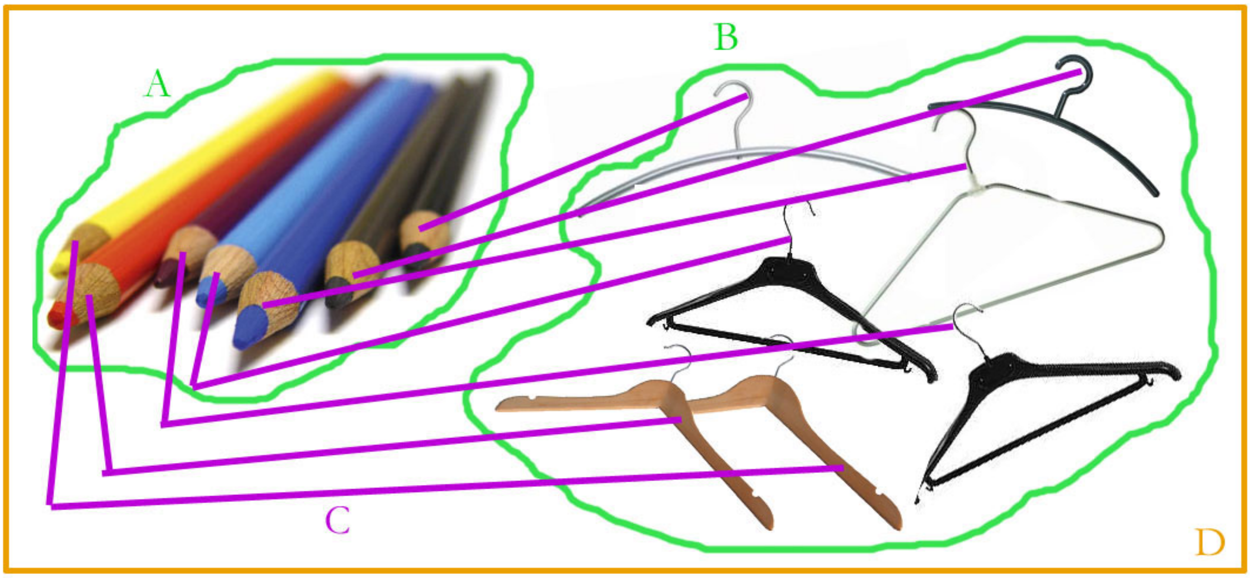
4.1.1 Mathematische Grundannahmen



„Eine Zahl wird als Klasse ähnlicher Klassen definiert, wobei die Ähnlichkeit der Klassen über eine Eins-zu-eins-Korrespondenz [...] bestimmt wird" (VOIGT 1981, 18). Eine Klasse kann dabei alles sein, was Dinge, meist nach einem bestimmten Kriterium, zusammenfasst, wie z.B. die Klasse der Buntstifte, die gerade auf meinem Tisch liegen (A). Eine zweite Klasse bilden z.B. alle Kleiderbügel in meinem Schrank (B). Ähnlich im Sinne des kardinalen Zahlverständnisses sind sie, wenn man jedem Kleiderbügel einen Stift zuordnen kann (C) (Eins-zu-eins-Zuordnung). Ist das der Fall, kann man diese wiederum in eine Klasse



zusammenfassen und nennt sie z.B. „Sieben“ (D). Zu dieser Klasse gehören nun alle andern Klassen, bei denen ebenfalls eine Eins-zu-eins-Zuordnung zu den oberen Klassen möglich ist.



Es können auf diese Weise alle Klassen je nach Mächtigkeit zusammengefasst werden. So entstehen dann z.B. Klassen, die sich „zwei“ oder „acht“ oder „eins“ nennen. Die somit entstehenden Zahlen sind Kardinalzahlen, welche Klassen bezeichnen, die sich in ihrer Mächtigkeit unterscheiden. Die Verwandtschaft des kardinalen und des klassifikatorischen Ansatzes wird in der obigen Darstellung deutlich, da eine Vorbedingung ist, dass Klassen nach Merkmalen zu bilden sind (z.B. Klasse der Kleiderbügel im Schrank). Diese Ansätze „versuchen also die natürlichen Zahlen über die Eigenschaft der ‚Menge' oder der ‚Anzahl' [...] zu definieren“ (VOIGT 1981, 18).

4.1.2 ENTWICKLUNG DES ZAHLBEGRIFFS AUS PSYCHOLOGISCHER SICHT

Grundlage der Zahlbegriffsentwicklung nach der kardinalen Theorie ist die Annahme, dass kleine Mengen als „wahrnehmbare Einheiten“ (VOIGT 1981, 19) existieren und Kinder daher über quasi angeborene Fähigkeiten verfügen, diese als Einheiten bzw. Klassen wahrzunehmen. Um zum Zahlbegriff im Sinne der Kardinalzahltheorie zu gelangen, müssen die Kinder also Klassen bilden können und, wie oben beschrieben, mit der Technik der Eins-zu-eins-Zuordnung die Gleichheit oder die Unterschiedlichkeit von Mengen, bezogen auf die Eigenschaft der Mächtigkeit, feststellen können. Sie brauchen hierzu also eine logische Vorstellung der Mächtigkeit von Mengen. Das Zahlwort ist dabei zunächst nur eine Bezeichnung für gleichmächtige Mengen. Um große Zahlen darstellen zu können, müssen die Mengen als symbolische Darstellungen (7, 2, 859, 1000, ...) abstrahiert und der Umgang mit einem Stellenwertsystem (Einer, Zehner, Hunderter ...) erlernt werden.

(vgl. VOIGT 1981, 19)

Der erste Kritikpunkt setzt bereits bei der Annahme an, kleine Mengen seien eindeutig und direkt wahrnehmbar. Dies wird als problematisch betrachtet, da viele psychologische Untersuchungen zeigen, dass sich Kinder bei der Wahrnehmung sehr stark an „räumlichen Hinweisreizen“ (VOIGT 1981, 19) orientieren, wie z.B. Größe, Farbe oder Dichte der Anordnung. Einige Wissenschaftler nehmen außerdem an, dass es sich bei dem raschen Erfassen von kleinen Mengen, der sog. Simultanerfassung bzw. dem „subitizing“, um ein blitzschnelles Abzählen handelt und nicht um unmittelbare Wahrnehmung als Menge. Ein weiterer Kritikpunkt wird darin gesehen, dass Kinder das Prinzip der logischen Äquivalenz (also das Erkennen bzw. das Herstellen von gleichmächtigen Mengen) abstrahieren und auf größere Mengen ausweiten müssen. Wie sie diese Fähigkeit erreichen, bleibt m.E. weitgehend unklar. Außerdem wird bemängelt, dass das Zählen als wichtiger Kontrollmechanismus zum Vergleich, ob verschiedenen Mengen im Bezug auf die Mächtigkeit übereinstimmen, zu wenig Berücksichtigung finden. Piaget kritisiert weiter, dass die Vorstellung der einzelnen Zahlen unabhängig voneinander erfolgt und eine geordnete Abfolge der Zahlen zu wenig berücksichtigt wird. Letztlich wird das Zustandekommen der ordinalen Vorstellung der Zahl zwar als notwendig erachtet, der erkenntnistheoretische Weg, den die Kinder dazu durchlaufen müssen, aber unzulänglich erläutert. (vgl. VOIGT 1981, 19ff)

Es wird lediglich beschrieben, dass durch den systematischen Umgang mit den Zahlen eine Ordnung festgestellt wird, welche auf eine Hierarchie der Zahlenklassen schließen lässt. (vgl. MOSER OPITZ 2002, 18)

4.1.3 FRAGE NACH BASISKOMPETENZEN

Bei der Frage nach den Basiskompetenzen möchte ich versuchen zusammenzufassen, welche Fähigkeiten ein Kind erlernen muss, um im Sinne dieser Theorie ein Verständnis vom Zahlbegriff zu erlangen, und welche Inhalte ein grundlegender Mathematikunterricht folglich vermitteln müsste:

- Simultanerfassung kleiner Mengen
- logische Vorstellung von Mächtigkeit als Eigenschaft einer Menge
- Die Eins-zu-eins-Zuordnung beherrschen
- symbolische Schreibweise als abstrakte Bezeichnung von Mengen verstehen
- Stellenwertsystem verstehen und anwenden können
- hierarchische Ordnung der Mengen erkennen

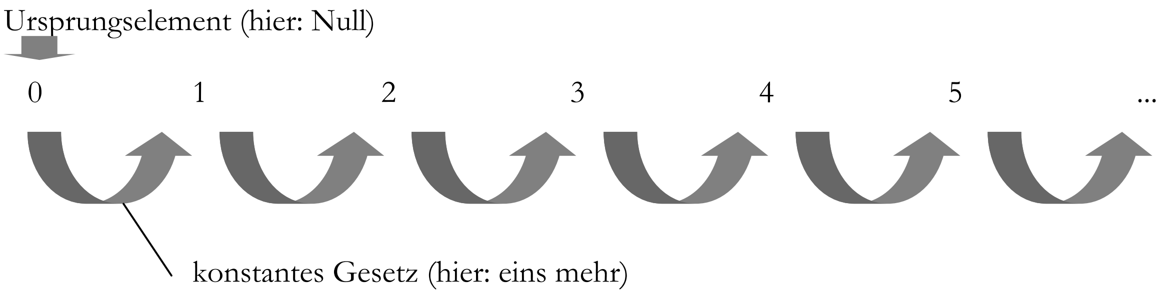
4.2 DIE ORDINALZAHLTHEORIE

Die Grundüberlegungen der Ordinalzahltheorie gehen zurück auf den italienischen Mathematiker und Logiker Guiseppe Peano (1858-1932) (vgl. Lexikon der Mathematik 2002, 159f). Er war Vorbild und Zeitgenosse von Russell (vgl. WIKIPEDIA 2008).

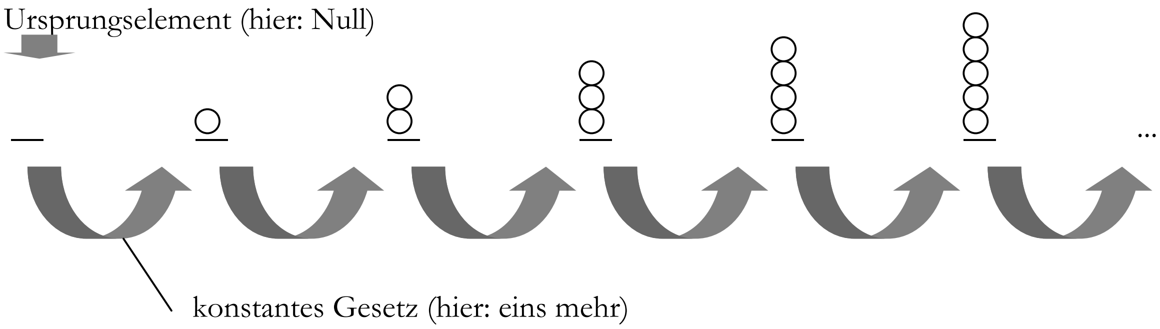
4.2.1 MATHEMATISCHE GRUNDANNAHMEN

Peano „ging nicht von Zahlen aus, die Dinge repräsentieren, sondern von Zahlen, die eine bestimmte Art von Beziehungen darstellen“ (MOSER OPITZ 2002, 17). Diese Beziehungen sind die „Eigenschaften der inneren Ordnung der natürlichen Zahlen“ (VOIGT 1981, 22) und beschreiben im Grunde den einfachen Zählvorgang von der Null an aufwärts. Dabei geht es aber in der Theorie nicht primär um Zahlen und Additionen, sondern nur um die Beziehung der Elemente der (Zähl-)Reihe. Die Menge der natürlichen Zahlen ist zunächst nur eine „Folge, die dadurch entsteht, daß ein konstantes Gesetz auf das unmittelbar vorhergehende Element angewandt wird“ (ebd., 23). Dabei muss ein Ursprungselement definiert werden, auf welches das Gesetz angewendet wird. Dadurch entsteht das zweite Element, auf das wiederum das gleiche (konstante) Gesetz angewendet wird, u.s.w. So entsteht eine unendliche geordnete Reihe. (vgl. ebd., 22f)

<u>Bezogen auf die natürlichen Zahlen sieht das so aus:</u>



<u>Unter den Aspekt der Mächtigkeit betrachtet:</u>

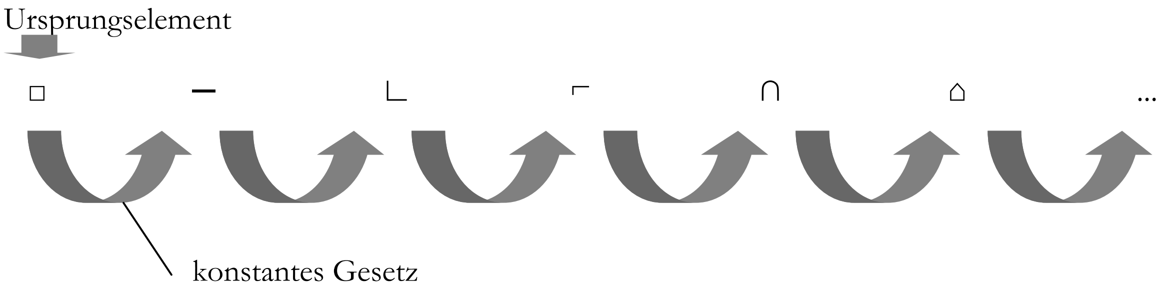


Wichtig ist hierbei, dass der Aspekt der Mächtigkeit, der für den Zahlbegriff wichtig ist, in der ordinalen Zahltheorie eine weit untergeordnete Rolle spielt. Im Vordergrund stehen die Beziehungen der Elemente einer geordneten Reihe untereinander. Bezogen auf die Ordnung der natürlichen Zahlen sind die fünf Axiome von Peano grundlegend (siehe Kasten unten). Obwohl sie das

Fundament der Arithmetik sind und das in der Mathematik wichtige Beweisverfahren der vollständigen Induktion begründen, reicht für unsere Überlegungen die obige Grafik im Prinzip aus. Wichtiger Bestandteil der ordinalen Theorie ist weiter, dass sie diese Relation als eine sehr einfache Form der Ordnung ansieht, die nicht auf die natürlichen Zahlen begrenzt ist. So behandeln einige Vertreter dieser Theorie „die ordinalen Zahlen wie eine geordnete Reihe von beliebigen Symbolen“ (VOIGT 1981, 23). (vgl. ebd.)

> Die Peano Axiome:
> - „1 ist eine natürliche Zahl.
> - Zu jeder natürlichen Zahl *n* gibt es eine natürliche Zahl *n'*, den Nachfolger von *n*.
> - Zwei verschiedene natürliche Zahlen haben verschiedene Nachfolger.
> - 1 ist nicht Nachfolger einer natürlichen Zahl.
> - Enthält eine Menge natürlicher Zahlen die 1 und mit jeder natürlichen Zahl auch deren Nachfolger, so enthält sie alle natürlichen Zahlen.“
>
> (Lexikon der Mathematik 2002, 160; kursiv im Original)

<u>Solch eine Reihe könnte man sich auch so vorstellen:</u>



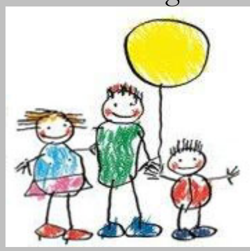
Genau hier setzt auch die positive wie negative Kritik dieser Grundüberlegung ein. So wird von den Vertretern der kardinalen Theorie kritisiert, dass „diese axiomatischen Fassungen des Zahlbegriffs jede einfache endliche Folge abbilden können“ (VOIGT 1981, 23) und nicht nur die der natürlichen Zahlen. „Die relationalen Definitionen der natürlichen Zahlen“ (ebd.) beschreiben also nicht genau genug den Wesensgehalt der natürlichen Zahlen, könne daher nicht kategorial für sie stehen. Genau dies wird von den Vertretern der ordinalen Theorie jedoch als Stärke betrachtet. Diese Stärke liege darin, dass gerade die offenere Definition auch geordnete Folgen außerhalb der natürlichen Zahlen mit einschließt und sich somit auch auf Folgen bezieht, die in der natürlichen Umwelt vorkommen. „Die Ähnlichkeit zwischen geordneten Folgen in der ‚Realität' und der Folge der natürlichen Zahlen ist dabei ein Ausdruck der Isomorphie[2] zwischen Realität und mathematischem Modell“ (ebd., 24). (vgl. ebd., 23f)

[2] Isomorphie = Gleichheit der Gestalt

4.2.2 Entwicklung des Zahlbegriffs aus psychologischer Sicht

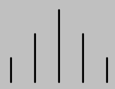
Schon vor dem Erlernen des Zahlbegriffs eignen sich Kinder bereits nicht nummerische Inhalte an, die zum Erwerb des ordinalen Verständnisses Voraussetzung sind. MOSER-OPITZ nennt zum Beispiel das Verständnis von größer und kleiner und damit verbunden die Fähigkeit, Dinge der Größe nach zu ordnen. VOIGT betont in diesem Zusammenhang das Verständnis von transitiven Relationen. Diese sind Bestandteil der kindlichen Umwelt und so wird die Wahrnehmung von „asymmetrische[n]-transitive[n] Relationen“ (VOIGT 1981, 24) im Alltag zur Grundlage für die Ausbildung eines Ordinaritätskonzeptes. „Durch die Verinnerlichung der wahrgenommenen Ordnungsbeziehungen entsteht das Konzept der Ordination, das die Fähigkeit erfasst, Anordnungen von drei oder mehr Elementen nach einer bestimmten Dimension zu ordnen“ (ebd.). Durch die Darstellung solcher ordinalen Beziehungen soll diese grundlegende Vorstellung schließlich gefestigt werden, damit das Kind dieses Verständnis „im Rahmen der Zahlenfolge weiterführen kann“ (ebd., 25). Die kardinale Vorstellung der Zahl, also die Zahl als Klassenbezeichnung von Mengen mit gleicher Mächtigkeit, die in der ordinalen Theorie eine untergeordnete Bedeutung hat, erfolgt über sogenannte Korrespondenzrelationen. (vgl. ebd., 24f)

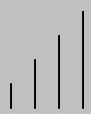
asymmetrisch-transitive Reihe und logischer Schluss im Alltag:

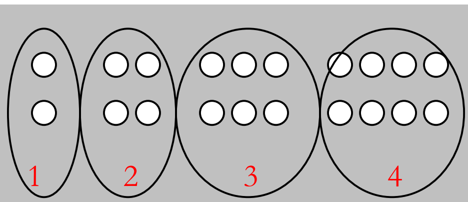


„Mama ist größer als ich und Papa ist größer als Mama, also ist Papa größer wie ich.“

Beispiel für Transitivität:
Wenn a<b und b<c dann ist a<c

Bsp. für symmetrische Reihe: 

Bsp. für asymmetrische Reihe: 



Bei einer Korrespondenzrelation wird die Ähnlichkeit zwischen zwei Elementen festgestellt, die nebeneinander aufgereiht sind. Diese können wiederum auf Grund dieser Ähnlichkeit zusammengefasst werden.

4.2.3 Frage nach Basiskompetenzen

- Wahrnehmung von asymmetrisch-transitiven Relationen im Alltag
- Verinnerlichung von asymmetrisch-transitiven Ordnungsrelationen
- Transfer dieser Relationen auf die Zahlenfolge
- Herstellung von Ordnungsrelationen

4.3 Didaktische Konsequenzen im Vergleich

Auf der didaktischen Ebene haben die beiden konkurrierenden Theorien ebenfalls teils gegensätzliche Auswirkungen, welche in der unten aufgeführten Tabelle dargestellt sind.

"Anschauer"	"Zähler"
• Zahlen bis 4 (oder *5)* können simultan aufgefasst werden.	• Es gibt keine simultane Zahlauffassung. Die schnelle Angabe der Zahleigenschaft einer Menge beruht auf einem schnellen Auszählen der Objekte.
• Räumlich simultane Zahldarstellungen auch größerer Zahlen (mit simultan erfassbaren Vierer- bzw. Fünfergruppen) sind wichtigste Veranschaulichungsmittel.	• Zahlen — welcher Größe auch immer — können nur zeitlich sukzessiv aufgefasst werden.
• Einsatz von flächig angeordneten Zahlbildern	• Einsatz von linear angeordneten Zählmaterialien
• Betonung des Zähl- und Rechenmaterials als Grundlage der Anschauung	• Betonung des Zähl- und Rechenvorgangs.
• Betonung der statischen Aspekte von Addition und Subtraktion (Hier sind x, dort y Objekte. Wieviel sind es zusammen/wie groß ist der Unterschied?)	• Betonung der dynamischen Aspekte von Addition und Subtraktion (du hast x Objekte und bekommst y dazu/gibst y ab. Wieviel hast du?)
• Schwergewicht bei der Analyse (Zahlen und ihre Zerlegungen).	• Schwergewicht bei der Synthese (Zahlen und ihre Bausteine).
• Betonung des kardinalen Zahlaspekts.	• Betonung des ordinalen Zahlaspekts
Aus heutiger Sicht:	
• Mathematischer Hintergrund:	• Mathematischer Hintergrund:
• Kardinalzahltheorie (Zahl als Äquivalenzklasse)	• PEANO-Axiome mit Nachfolgerrelation
• Bevorteilt die "visuellen Typen" im Unterricht	• Bevorzugt die "akustischen und motorischen Typen" im Unterricht

Tabelle entnommen aus RADATZ *und* SCHIPPER *1983; zitiert nach* MOSER OPITZ *2002, 19*

4.4 Kritische Reflexion der bisherigen Ausführungen

Aus heutiger Sicht scheinen die Argumente, die von den Vertretern der jeweiligen Theorie angeführt werden, etwas befremdend, da sie den Anschein erwecken, Bestandteil einer Verteidigungsschlacht im Meinungskrieg der Wissenschaftler zu sein, die für die Alleingültigkeit ihres Konzeptes kämpfen. Als Kinder der Postmoderne fällt es uns heute weniger schwer, beide Konzepte nebeneinander zu akzeptieren, da beide sinnvolle Gedanken und berechtigte Kritik enthalten. Viel mehr scheint es angebracht, eine Symbiose zwischen beiden Konzepten zu finden, die sowohl den kardinalen als auch den ordinalen Zugang zum Zahlbegriff berücksichtigt.

Zuvor sind jedoch noch einige Unklarheiten anzumerken, die beide Konzepte betreffen. Selbst wenn man die postulierten Entwicklungsprozesse als richtig anerkennt, gibt es sowohl bei der Ordinal- als auch bei der Kardinalzahltheorie m.E. nicht nachvollziehbare Erkenntnissprünge. Bei der Kardinalzahltheorie ist es nicht klar, wie das Stellenwertsystem angeeignet und verstanden werden soll. Gleichzeitig wird genau diese Fähigkeit aber angeführt, um ein Verständnis größerer Zahlen zu erlangen. Mathematikdidaktisch wäre dies natürlich lösbar, indem man auf Grundlage der Kardinalzahltheorie die Bündelung beim Zählen von sehr großen Mengen anschaulich einführt. Bei der Ordinalzahltheorie ist der Übergang von der Veranschaulichung und Verinnerlichung des ordinalen Prinzips insofern unklar, als VOIGT lediglich davon spricht, dass das Kind dieses Prinzip „im Rahmen der Zahlenfolge weiterführen kann“ (VOIGT 1981, 25). Im Zeitalter der empirischen Forschung sind solche nicht nachgewiesenen Erkenntnissprünge nicht haltbar und sprechen dem jeweiligen Konzept dadurch ein Stück Gültigkeit ab. Des Weiteren wird bei beiden Konzepten der jeweils andere Aspekt der Zahl vernachlässigt und auch der Erkenntnisweg dorthin nur unzulänglich erklärt.

VOIGT führt bei beiden Konzepten auch das Problem der Operationalisierung der angenommenen logischen Prozesse an, was aus psychologischer Sicht ebenfalls eine Schwächung im Sinne der Gültigkeit bedeutet, da die Erkenntnisprozesse nicht in beobachtbare Handlungen übersetzt werden können. Dies wiegt umso schwerer, da VOIGT jeweils zwei Kerngedanken der Theorien attackiert: Dies betrifft bei der Kardinalzahltheorie vor allem die kognitive Erkenntnis der Ähnlichkeitsrelationen über eine rein logische Definition (vgl. ebd., 21f). Bei der Ordinalzahltheorie bemängelt er das Fehlen von Aufgabenstellungen zur Überprüfung des Verständnisses von asymmetrisch-transitiven Relationen (vgl. ebd., 24f).

Über die Kritik an der Wahrnehmung kleiner Mengen hinaus (siehe Kardinalzahltheorie) muss die starke Orientierung an der Wahrnehmung als grundlegende Erfahrung für den Erwerb des Zahlbegriffs bei beiden Konzepten insofern kritisch hinterfraget werden, als es mit der erkenntnistheoretischen Position von Piaget kollidiert. Für Piaget stehen Handlungen als grundlegende Erfahrung im Zentrum der kognitiven Entwicklung, die Wahrnehmung spielt dabei nur eine untergeordnete Rolle. (vgl. ebd., 25) „Eine Abstraktion einer logischen Relation aus der Wahrnehmung, in der sie sozusagen ‚implizit' gegeben ist, hält Piaget dagegen aus erkenntnistheoretischen Gründen für unwahrscheinlich" (ebd., 25). Im Hinblick auf den Zahlbegriffserwerb im Kontext einer körperlichen Behinderung spielt diese Frage eine wichtige Rolle, da die körperliche Beeinträchtigung prinzipiell eine stärkere Einschränkung von Handlungen als eine Beeinträchtigung von (visuellen) Wahrnehmungsprozessen zur Folge hat. (Wobei eine visuelle und erst recht eine taktile Beeinträchtigung häufig mit einer – vor allem cerebral bedingten - Körperbehinderung verbunden ist.)

4.5 Das Konzept der kognitiven Entwicklung nach Jean Piaget

Wie oben schon erwähnt, steht für Piaget das Handeln im Zentrum der geistigen Entwicklung. Dabei darf der Begriff Handlung prinzipiell nicht zu eng als reine Bewegungshandlung verstanden werden, was vor allem im Hinblick auf eine körperliche Behinderung bedeutsam ist. „Jeglicher Austausch zwischen Individuum und Umwelt wird somit durch die Aktivität des Individuums bestimmt" (MOSER OPITZ 2002, 20). Allerdings geht Piaget davon aus, dass „der Beginn des Denkens im Umgang mit Gegenständen liegt" (ebd., 22). Diese „physikalische Erfahrung" (ebd.) kann sich dann in logische Erfahrungen umwandeln. Der Entwicklungsprozess ist laut Piaget von zwei invarianten Funktionen geprägt, der Anpassung und der Organisation. Die kognitive Aktivität habe die „Tendenz [...], seine psychologischen Strukturen zu ordnen und in zusammenhängenden Systemen höherer Ordnung zu integrieren" (ebd., 20). Die Anpassung erfolgt über die Assimilation und die Akkommodation[3]. So entstehen Schemata („typische Weise, eine Klasse von Umweltgegebenheiten zu handhaben" (FLAMMER 1996, zitiert nach MOSER OPITZ 2002, 20)) und Strukturen („organisierte Verbindung von Schemata" (ebd., 21)). Antrieb ist in diesem Prozess in gewisser Weise die Äquilibration, also „das Streben des Organismus nach immer neuem Gleichgewicht" (MOSER OPITZ 2002, 21). Lernanlässe entstehen beim Auslösen eines Ungleichgewichts durch „kognitive Konflikte, Wiedersprüche oder Probleme, die mit den zur Verfügung stehenden Schemata nicht gelöst werden können" (ebd.). Für die Veränderung der kognitiven Struktur ist also die Aktivität des Individuums das Entscheidende, nicht die Vermittlung von Inhalten. Die soziale Vermittlung spielt (nur) insofern eine Rolle, als dass durch sie Aktivitäten und Denkprozesse ausgelöst werden. Lehrpersonen können somit „nicht für das Lernen garantieren, sondern diese höchstens arrangieren und begünstigen" (ebd., 22). Piaget spricht in diesem Zusammenhang von der alten Schule, welche die tradierten Inhalte und die Lehrperson in den

[3] Auf die speziellen Begriffe bei Piaget sowie die einzelnen Entwicklungsstufen soll hier nicht näher eingegangen werden, da sie den Rahmen dieser Arbeit sprengen würden. Es soll lediglich die Grundstruktur des Piaget'schen Denkens aufgezeigt werden, um seine Beiträge zur Zahlbegriffsentwicklung besser einordnen zu können.

Mittelpunkt stellt, und von der neuen Schule, die das Kind unterstützt „in seinem Bemühen, sich das Wissen durch geistige Aktivität zu erwerben“ (ebd.). (vgl. ebd. 19ff)

4.5.1 Grundlagen des Zahlbegriffs bei Piaget

Für Piaget spielt das operationale Denken eine zentrale Rolle bei der Zahlbegriffsentwicklung. Um das Entstehen dieses Denkens zu beschreiben, arbeitet Piaget mit Aufgaben zur Klassifikation und Ordnungsrelation. „Piagets Hauptanliegen bei diesen Aufgabenstellungen ist, die Entwicklung des kindlichen Denkens hin zu operationalem Denken darzustellen und genauer zu fassen“ (Moser Opitz 2002, 27). Es sei hier bereits die Anmerkung erlaubt, dass Piaget damit keine Aufgaben entwickelt hat, welche die Absicht haben sollten, zur *Erlangung* dieser Fähigkeiten beizutragen! Piaget beschreibt jeweils drei Phasen, die das Kind durchläuft. So kommt es über eine Übergangsphase vom prä-operationalen zum konkret-operationalen Denken. Bei den Klassifikationsaufgaben wird Wert darauf gelegt, dass „eine Klasse nicht durch die Wahrnehmung alleine konstruiert werden kann, sondern dass Denkvorgänge nötig sind, wie sie das Kind erst auf der konkret-operationalen Stufe erreichen kann.“ (ebd., 28). Dabei liegt er Anfang dieser Entwicklung in der sensomotorischen Erkundung der kindlichen Umwelt, in dem es u.a. die Eigenschaften von Gegenständen wahrnimmt. Bei der Ordnungsrelation unterscheidet Piaget zwischen symmetrischen Beziehungen (z.B. Ähnlichkeit) und assymmetrischen (Größenunterschiede). (vgl. ebd., 27ff)

Beispiel für eine Klassifikationsaufgabe:
Gegenstände nach verschiedenen Merkmalen ordnen und in einer räumlichen Anordnung darstellen:

	○	△	◇
rot			
blau			
gelb			

Beispiel für eine Aufgabe zur Ordnungsrelation:

Verschieden lange Stäbe der Größe nach ordnen:

Verschieden lange Stäbe werden in eine schon bestehende Reihe eingefügt:

Aus: Moser Opitz 2002, 29f

Bei der handelnden Auseinadersetzung mit der Umwelt sind, bezogen auf den Aufbau des Zahlbegriffs, zwei Erfahrungen grundlegend. (1) Erfahrungen mit Gegenständen: „Dem Kind ist es möglich, seine Aufmerksamkeit auf eine bestimmte Eigenschaft eines Gegenstandes zu richten und andere zu vernachlässigen“ (Moser Opitz 2002, 32). (2) Logisch-mathematische Erfahrung:

„Beziehungen zwischen verschiedenen Objekten“ (ebd.) herstellen können. „Herzstück [...] ist der operative Akt“ (ebd.). So werden laut Piaget „Erkenntnisse nicht aus den Gegenständen selbst gewonnen, sondern aus den mit ihnen vollzogenen Akten: durch den Akt des Ordnens [,...] Zusammenfassens [...und] In-Beziehung-Setzens“ (PIAGET 1992, zitiert nach MOSER OPITZ 2002, 33).

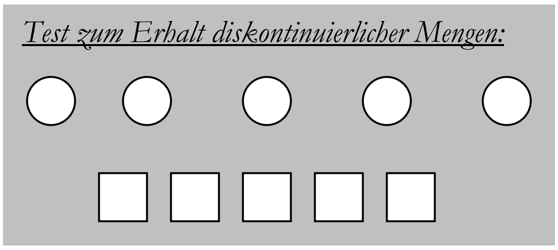
(vgl. MOSER OPITZ 2002, 32f)

4.5.2 AUFBAU DES ZAHLBEGRIFFS BEI PIAGET

Bei Piaget wird „eine Zahl als gleichzeitig ordinal und kardinal definiert“ (MOSER OPITZ 2002, 33). „Den kardinalen Aspekt (Anzahl) leitet er von den Klassifikationen, den ordinalen (Zahlreihenfolge) von den Ordnungsrelationen her. Er geht davon aus, dass sich diese synchron entwickeln und sich gegenseitig bestimmen“ (ebd.). Im Zuge der Zahlbegriffsentwicklung verschmelzen beide Aspekte, sodass der Zahlbegriff dann als erworben gilt, wenn das Kind alle diesbezüglichen Aufgaben auf der konkret-operationalen Ebene lösen kann. Drei Operationen beschreiben laut Piaget diesen Prozess:

(1) Erhalt der Quantitäten

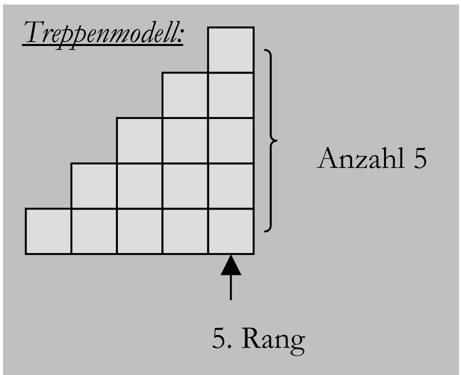
Hier taucht der für Piaget wichtige Begriff der Invarianz auf. Es geht dabei um die Erhaltung von Quantitäten trotz Veränderungen wie z.B. Umschütten oder Veränderung der Anordnung von Elementen. Piaget unterscheidet dabei die Erhaltung von kontinuierlichen Mengen (z.B. Flüssigkeiten) und die von diskontinuierlichen Mengen (zählbare Mengen, z.B. Perlen). Die gleichzeitige Berücksichtigung von Höhe und Breite beim Umschütten von Flüssigkeiten in andere Gefäße beinhaltet laut Piaget „einerseits das Wahrnehmen und vergleichen von zwei Einheiten (Mengen), andererseits aber auch das Herstellen von Ordnungsrelationen, da Höhe und Breite miteinander verglichen werden“ ebd., 35). Der sogenannte Umschüttversuch vereinigt also (auf scheinbar geniale Weise) ordinale und kardinale Aspekte. Bei dem Vergleich von diskontinuierlichen Mengen könnte das Kind das Abzählen und die Stück-für-Stück-Korrespondenz als Hilfe nutzen, was ihm laut Piaget auf der prä-operationalen Stufe allerdings noch keine Hilfe ist.



(2) Verschmelzen von Klassifikation und Ordnungsrelation

Der kardinale Aspekt wird von der Klassifikation (die Zusammengehörigkeit auf Grund bestimmter Merkmale) hergeleitet, der ordinale Aspekt von der Seriation (das In-Reihe-Bringen unterschiedlich großer Gegenstände). Beide Prozesse bedingen sich gegenseitig und führen erst in ihrer Verbindung zur Konstruktion einer vollständigen Zahlvorstellung. „Voraussetzung [...] ist das Herstellen von Stück-für-Stück-Korrespondenz und Äquivalenz“ (ebd., 37). Damit können Elemente sowohl bezüglich ihrer Mächtigkeit als auch ihrer Rangfolge (auf Grund ihrer Größe) miteinander in

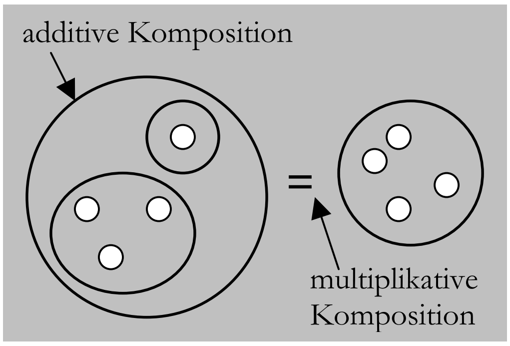
Beziehung gesetzt werden. Dabei kommt bei Piagets Beschreibung der zeitlichen Abfolge der Entwicklung der Mächtigkeitsvergleich vor der ordinalen Anordnung. Die Verbindung beider Aspekte lässt sich an Piagets „Treppenmodell“ gut zeigen. Jede Zahl wird hier gleichzeitig durch den Rangplatz als auch durch die Anzahl der Einheiten festgelegt.



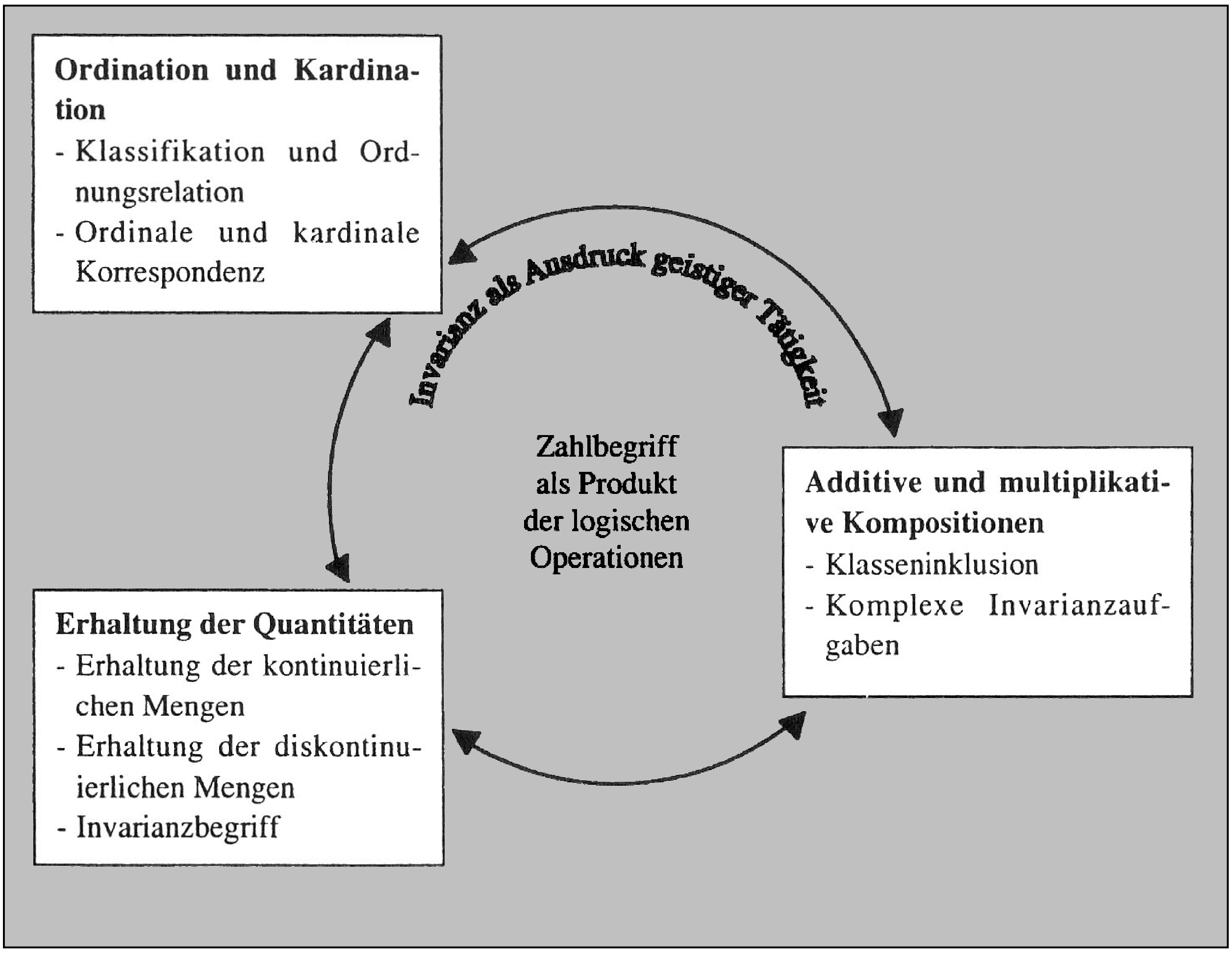
aus: MOSER OPITZ 2002, 38

(3) **Additive und multiplikative Komposition**

Piaget geht davon aus, dass die Addition und die Multiplikation schon im Wesen der Zahl vorhanden ist, „da eine Zahl eine additive Vereinigung von Einheiten ist und da die Stück-für-Stück-Korrespondenz zweier Gruppen eine Multiplikation einschließt“ (PIAGET und SZEMINSKA 1972, zitiert nach Moser OPITZ 2002, 38). Den Aspekt der additiven Komponente einer Zahl erklärt Piaget mit der Klasseninklusion, was dem heute eher gängigen Teil-Ganzes-Schema entspricht, und meinte damit, dass jede Zahl aus anderen Zahlen zusammengesetzt werden kann, dass also z.B. die Vier in der Sechs enthalten ist. Für ein Kind ist es somit notwendig, dass es „eine untergeordnete Klasse als Teil einer übergeordneten Klasse erkennen kann“ (MOSER OPITZ 2002, 39). Laut Piaget hat das Kind diesen Status erreicht, wenn es Fragen richtig beantworten kann, wie z.B., ob es mehr Gänseblümchen oder mehr Blumen gibt. Die sogenannte multiplikative Komposition weitet den Invarianzgedanken auf die Klasseninklusion aus und beschreibt die Erkenntnis, dass die Beziehung zwischen Teil und Ganzem auch bei einer Transformation erhalten bleibt. „Da das Feststellen von Invarianz nach Piaget eine abstrakte Multiplikation beinhaltet, spricht er von ‚multiplikativer Komposition‘“ (MOSER OPITZ 2002, 39; Hervorhebung im Original).



Für Piaget ist die Entstehung des Zahlbegriffs also nicht auf den ordinalen und kardinalen Aspekt der Zahl zu reduzieren. Viel mehr ist es ein Zusammenspiel der drei oben beschriebenen Prozesse (siehe auch Schaubild unten). Es spielt gerade die Verbindung von ordinaler und kardinaler Vorstellung eine Schlüsselrolle im Prozess des Zahlbegriffserwerbs und ist letztlich Messlatte und Ziel.



Dabei lässt sich eine stärkere Betonung des kardinalen Aspektes durchaus erkennen. Eine zentrale Rolle bei dem Erwerb der für den Zahlbegriff nötigen Fähigkeiten spielen Situationen, in denen die Kinder aktiv handelnd die Gelegenheit bekommen, „ihre Denkwerkzeuge anzuwenden und zu entwickeln" (MOSER OPITZ 2002, 41). Der Zahlbegriff ist letztlich erst auf der konkret operationalen Stufe erreichbar, da man erst dort das zentrierte Denken verlässt und die beiden Aspekte (ordinaler und kardinaler) zusammendenken kann. Eine Grundlage für die gesamte kognitive Entwicklung und daher auch der Entwicklung des Zahlbegriffs ist die Invarianz. (vgl. ebd., 33ff)

Ziel ist es nach Piaget, zu einem opernationalisierten Zahlbegriff zu gelangen. Das bedeutet, dass der Zahlbegriff so verinnerlicht wird, dass er in allen Situationen des Lebens und des Lernens anwendbar ist.

4.5.3 Frage nach Basiskompetenzen

- Wahrnehmung von Mengen
- Invarianzvorstellung
- Stück für Stück-Korrespondenz
- Klassifikation
- Seriation
- Dezentrietes Denken

4.6 Kritik an dem Konzept von Piaget

Eine allgemeine Kritik an Piagets Konzept der kognitiven Entwicklung soll hier nur sehr knapp gehalten werden. Bedeutsamer ist in diesem Zusammenhang die Kritik bezüglich seines Modells der Zahlbegriffsentwicklung und vor allem die Auswirkungen auf die didaktischen Überlegungen zum Zahlbegriffserwerb.

4.6.1 Kritik an Piagets Konzept allgemein

Wissenschaftstheoretisch wird Piaget mit dem Vorwurf konfrontiert, dass seine Erkenntnisse insofern in Frage gestellt werden können, als seine Untersuchungen nicht standardisiert waren und er seine Schlüsse aus vielen Einzeluntersuchungen zog. Dieser nicht systematische Aufbau seiner Untersuchungen führt zu einem Mangel an Reliabilität. Ebenso wird kritisiert, dass er seine Fragestellungen so formuliert hat, dass seine „Experimente gar keine Daten liefern können, die seiner Theorie widersprechen" (Moser Opitz 2002, 42) und so eine Falsifikation ausschließen. Hinzu kommen sprachliche Probleme, die darin begründet sind, dass die von Piaget und seinen Mitarbeitern gestellten Fragen unklar waren. Dies führte dazu, dass es zu Verständnisproblemen auf Seiten des Probanden, aber auch des Versuchsleiters kommen konnte. Da die Sprache eine große Rolle in Piagets Untersuchungen spielt, wiegt dies umso schwerer. Außerdem waren die Fragen ebenso wie die geschaffenen Situationen oft zu künstlich und nicht aus der Lebenswelt der Kinder. „Dadurch hätten die Kinder unter Umständen falsch geantwortet, obwohl sie die Aufgabe hätten lösen können" (ebd., 44). Die Beschreibung der Entwicklung des Kindes in ziemlich festgelegten Stufen ist wohl einer der am weitesten verbreiteten Kritikpunkte. Dabei wird nicht in erster Linie bezweifelt, dass es Fähigkeiten gibt, die qualitativ in Entwicklungsniveaus zusammengefasst werden können. Jedoch wird das Durchschreiten in festgelegter Abfolge zumindest bezweifelt. So wird betont, dass ein Kind in den ihm vertrauten Bereichen durchaus bereits über Fähigkeiten verfügt, die einer höheren Stufe zugeordnet werden, als in für ihn fremden Bereichen. Schließlich gerät Piagets Vorstellung vom Lernprozess vor allem dadurch in die Kritik, dass die mentale Eigenaktivität des Kindes als vorrangiges Werkzeug zur Konstruktion der Welt überbetont wird. Dadurch wird das Verstehen durch soziale Vermittlung zu wenig beachtet, bis hin zu deren Negation im Hinblick auf Entwicklungsfortschritte. Obwohl dieser Personenkreis nicht Gegenstand der Untersuchungen von Piaget war und man ihm daher diesbezüglich keinen Vorwurf machen kann, betont MOSER OPITZ, dass dies gerade für „behinderte und entwicklungsverzögerte Kinder“ (ebd., 47) eine Gefahr darstellen kann, da diese vermehrt darauf angewiesen sind, dass Lernprozesse von außen initiiert werden. Die Wirksamkeit von Förderprogrammen in Anlehnung an das Piaget'sche Denken bei Kindern „mit besonderen Bedürfnissen“ (ebd.) sind daher „spärlich“ (ebd.), worauf spezielle Untersuchungen hindeuten. (vgl. ebd., 42ff)

4.6.2 KRITIK AN SEINEM ZAHLBEGRIFFSKONZEPT

Der zentrale Begriff sowohl in Piagets Theorie allgemein als auch speziell in seiner Vorstellung der Entwicklung des Zahlbegriffs ist die Invarianz. Sie gilt als Grundlage für jegliches mathematisches Denken. Aber auch bei den Untersuchungen zur Invarianz werden sprachliche Missverständlichkeit und unklare Versuchsanordnungen kritisiert, was zu falschen oder falsch gedeuteten Aussagen der Kinder geführt haben kann. Es wird auch in Frage gestellt, ob sie das prüfen, was sie vorgeben, nämlich die Identität zweier Mengen. Somit wird die Validität der Invariantaufgaben in Frage gestellt. (vgl. MOSER OPITZ 2002, 48f)

Neuere Untersuchungen zeigen zudem, dass „Zählen Invarianzurteile maßgeblich beeinflussen kann“ (MOSER OPITZ 2002, 49). Gleiches gilt für die Stück-für-Stück-Zuordnung. Diese nummerischen Hilfsmittel wurden vor allem im Piaget'schen Denken lange unterschätzt, da Piaget das Zählen lediglich „als leeren Verbalismus betrachtet“ (ebd., 50). VOIGT fand in seiner Dissertation jedoch heraus, dass Kinder einfache Mengenvergleiche durch Zählen lösen können, lange bevor sie über eine Invariantvorstellung verfügen. Er folgert daraus, dass der Erwerb solcher Vorstellungen für einen Großteil der Kinder zwar eine notwendige Bedingung für das Verständnis der Zahlinvarianz ist, keinesfalls aber eine hinreichende. (vgl. VOIGT 1983; in MOSER OPITZ 2002, 51) „Vielmehr scheint für das Verständnis der Zahlinvarianz ein der Aufgabe selbst zugehörendes, autonomes Lösungsprinzip erforderlich zu sein“ (ebd.). Es stellt sich also prinzipiell die Frage, inwieweit die Förderung der Invarianzvorstellung überhaupt einen didaktischen Weg zum Erwerb des Zahlbegriffs darstellt oder ob es andere Zugangswege gibt, wie z.B. das Zählen. Den aktuellen Forschungsstand beschriebt MOSER OPITZ so, dass man davon ausgehen kann, dass Kinder Zählprozesse und grundlegende arithmetische Operationen ausführen können, bevor sie Invarianzaufgaben konsistent sprachlich lösen können. Auf die aktuellen Erkenntnisse über Zähl- und Zahlkenntnisse wird ab Kapitel______ näher eingegangen. (vgl. MOSER OPITZ 2002, 50ff)

Nachfolgeuntersuchungen zu Piagets Entwicklungsmodell haben das Postulat einer zeitlichen Abfolge von Seriation, Invarianz und Klassifikation widerlegt. So sind z.B. einfache Klassifikationsund Seriationsaufgaben schon ohne ein ausgeprägtes Inverianzkonzept lösbar. Komplexe Klasseninklusionsaufgaben können allerdings erst im Alter von neun bis zehn Jahren gelöst werden. Auf Grund dieser Erkenntnisse „kann nicht mehr, wie Piaget dies annahm, davon ausgegangen werden, dass sämtliche Aufgaben beherrscht werden müssen, um den Zahlbegriff zu erwerben" (MOSER OPITZ 2002, 57). Ebenso gilt die synchrone Entwicklung von ordinaler und kardinaler Vorstellung als widerlegt. (vgl. ebd., 56ff)

Aus diesen Erkenntnissen zieht MOSER OPITZ folgenden Schluss: „Nicht ein logisch-mathematisches System macht es in erster Linie aus, dass Kinder rechnen lernen, sondern eine Welt mit Zahlen, in der die Kinder ihre kognitiven Werkzeuge und Strukturen anwenden und weiter entwickeln können" (ebd., 59). Die von Piaget als notwendige Voraussetzungen für den Zahlbegriffserwerb formulierten Operationen können als isoliertes Training also nicht zur Entwicklung dieses nummerischen Verständnisses beitragen. Vielmehr sollten diese Strukturen in einer Welt der Zahlen kennen gelernt und entdeckt werden. (vgl. ebd.)

4.7 AUSWIRKUNGEN DES PIAGETSCHEN DENKENS AUF DIE DIDAKTIK

Piaget selbst war als Psychologe primär daran interessiert, die kognitive Entwicklung zu beschreiben. Hinweise, wie seine Erkenntnisse pädagogisch und didaktisch umgesetzt werden sollen, hat Piaget nicht oder nur sehr wenige gegeben. Daher haben andere versucht aus seinen Erkenntnissen Konsequenzen für die schulische Umsetzung zu ziehen. Dabei wurden seine Aufgabenstellungen, die dem Erkenntnisgewinn dienen sollten, oft sehr linear auf schulische Übungen übertragen, was an der komplexen pädagogische Realität vorbeiging und häufig „starre und drillähnlich Übungsserien" (MOSER OPITZ 2002, 95) zur Folge hatte. Solch eine strikte Umsetzung birgt sogar die Gefahr, dass „der Gesamtrahmen seiner Theorie, d.h. das Anliegen der konstruktivistischen Auseinadersetzung mit der Umwelt, verloren gehe" (ebd., 96). Generell ist solch eine unreflektierte Umsetzung entwicklungspsychologischer Modelle auf die Pädagogik problematisch. (vgl. ebd., 95f)

Zwei große Probleme ergeben sich also. Zum einen ist nicht gesichert, ob die von Piaget entdeckten Grundkompetenzen wirklich (einzige) Voraussetzungen zum Erlernen des Zahlbegriffs sind. Zum anderen wurde durch die stark lineare Übertragung seiner Diagnoseaufgaben im Grunde nicht die entsprechende Fähigkeit eigenaktiv konstruiert, sondern vielmehr das Lösen dieser Diagnoseaufgaben trainiert.

Wie schon erwähnt, werde das operatorische Lernen, welches sich auf Piaget beruft, oft als Alternative zum herkömmlichen – auch bürgerlich genanntem – Rechnen gesehen. Es sollte Gegenpol zum vermittelnden Unterricht sein, der den Umgang mit abstrakten Zahlen übt, mit dem Ziel der möglichst hohen Automatisierung. Daher wird die soziale Vermittlung von manchen

Vertretern des operatorischen Lernens völlig in Frage gestellt, da sie davon ausgingen, dass dies dem selbstkonstruierenden Lernen im Wege steht und dass pränummerische Aufgaben, die zur Erlangung einer fundierten Zahlvorstellung notwendig seien, wie z.B. die Klasseninklusion, komplett ohne Vermittlung einer Lehrperson gelöst werden können. Laut MOSER OPITZ „ist dies ein einseitiges Verständnis von konstruktivem Lernen, das korrigiert werden muss, und zwar gerade hinsichtlich des Umgangs mit lernbehinderten oder entwicklungsverzögerten Schülerinnen und Schülern“ (MOSER OPITZ 2002, 100). Die soziale Interaktion wird von Piaget lediglich insofern akzeptiert, als sie zur Schaffung bedeutungsvoller Situationen beitragen kann. Auch die arithmetischen Operationen werden nicht direkt durch Lehrmittel erlangt, sondern durch „die Denkprozesse der Kinder, bei denen Alltagserfahrungen in operationale Beziehungen umgewandelt würden“ (ebd., 99). Dabei spielt das Operieren mit logischem Material (z.B. verschiedenfarbigen Plättchen mit unterschiedlichen Formen) eine wichtige Rolle, was laut Kritiker wiederum dazu geführt hat, dass auch hier ein mechanisiertes Lernen ohne mathematisches Verständnis gefördert wird. Eine weitere, aus heutiger Sicht zu extreme Reaktion auf das „bürgerliche“ Rechnen, ist die starke Ablehnung der Einführung der Zahlen, bevor die pränummerischen Operationen nicht erlernet wurden. Es wurde damit begründet, dass „die spontanen Mengenrepräsentationen der Kinder unterdrückt und zerstört würden“ (ebd., 100). (vgl. ebd., 98ff)

4.7.1 MENGENLEHRE

Die Mengenlehre wurde zwar nicht von Piaget begründet und von ihm zum Teil sogar kritisiert, gilt aber als das didaktische Modell, das sich am stärksten auf Piaget beruft und großen Einfluss auf die Gestaltung des mathematischen Erstunterrichts hatte. Sie hatte als wissenschaftlich anerkanntes Didaktikkonzept für den mathematischen Erstunterricht zwar nur ein kurzes Gastspiel, wirkte sich aber noch sehr viel länger auf den Schulalltag aus, wie später ausgeführt wird. Sie entstand Ende der 50er Jahre. Bereits Ende der 60er Jahre wurden die Schwachpunkte jedoch entdeckt, die vor allem im Mangel an arithmetischen Kenntnisse lagen, welchen die Schülerinnen und Schüler aufwiesen. Die Auswirkungen auf den Schulalltag, die Lehrmittel und Lehrpläne sind jedoch bis heute spürbar. (MOSER OPITZ 2002, 101ff)

Durch den Umgang der Kinder mit Mengen sollte ihr logisches Denken aufgebaut werden. Das Ziel war das „Aneignen der mathematischen Begriffe in ihrer Abstraktion“ (ebd., 102), welche in den geübten Operationen entdeckt werden können. Im mathematischen Erstunterricht mussten sich die Schülerinnen und Schüler vor allem mit Klassen und den Eigenschaften von Objekten auseinandersetzen. Sie mussten diese sortieren, vergleichen und anordnen. Auf Grund verschiedener Eigenschaften konnten die Objekte zusammengefasst werden. Die Mächtigkeit war dabei nur ein Kriterium, das aber schließlich zur Klasse der Kardinalzahlen führen sollte. Der Anzahlbegriff war also vorrangig. Man entwickelte dazu logische Blöcke, die verschiedene (geometrische) Formen, Farben und Größen hatten. Die arithmetischen Inhalte wurden zugunsten dieser Inhalte zurückgestellt, da man davon ausging, dass diese Aufgaben beherrscht werden müssen, um die arithmetischen Zusammenhänge zu verstehen. „Dieses Zurückstellen der Arithmetik ins zweite Schuljahr ist heute noch in (heilpädagogischen) Konzepten für den mathematischen Erstunterricht zu finden" (ebd.). Piaget selbst hat sich kritisch zur Mengenlehre geäußert. Er bemängelt, dass es nur um „banale Wissensvermittlung" (ebd., 103) gehe und somit die gleichen Nachteile wie das von Piaget kritisiert „bürgerlich Rechnen" hat, nämlich ein Antrainieren von Mechanismen ohne mathematisches Verständnis. (vgl. ebd., 101f)

4.7.2 AUSWIRKUNGEN AUF LEHRPLÄNE UND LEHRMITTEL

Der großen Einfluss, den Piaget auf die Mathematikdidaktik hatte, liegt wohl daran, dass die von ihm beschriebenen Modelle, Begriff und Übungen sehr gut zu den „Denkgewohnheiten von Mathematikern" (MOSER OPITZ 2002, 101) passen und dass er die mathematischen Begriffe als exemplarisch für die Entwicklung des menschendlichen Denkens beschrieben hat. (vgl. ebd., 100f)

MOSER OPITZ stellt fest, dass im mathematischen Erstunterricht in der Schweiz oft noch großer Wert auf das pränummerische Arbeiten gelegt wird und zwar als Vorübung zum Rechen bzw. als notwendige Grundlage für den Aufbau des Zahlbegriffs. Dabei „dominiert die Idee der Klasse" (ebd., 103). In einigen Kantonen wurden zwar die Lehrpläne reformiert und spielen solche Inhalte heute keine große Rolle mehr. Trotzdem halten sich die Denkweisen der Mengelehre bis heute. MOSER OPITZ nennt als Gründe vor allem, dass oft auf vorhandene Lehrmittel zurückgegriffen wird, welche noch über die entsprechenden Inhalte verfügen und nicht hinterfragt werden. „Die meisten Lehrkräfte arbeiten in der Regel nach einem oder nach mehreren Lehrmitteln und übernehmen das dahinterstehende Konzept bzw. Teile davon" (vgl. ebd., 105). Ein weiter Grund, den sie anführt, besteht darin, dass die Ausbildung der meisten Lehrkräfte noch diese Inhalte vermittelte. (vgl. ebd., 103ff)

Ein Auszug aus einem Lehrbuch, das Moser Opitz untersuchte, zeigt, wie deutlich ein isoliertes Training pränummerische Fähigkeiten gerade in heilpädagogischen Werken vertreten wurde: „(ein ausgedehntes Üben im Zahlenbereich ist erst dann sinnvoll, wenn die notwendigen Grundlagen für eine umfassende Zahlvorstellung vorhanden sind)" (Mathematik. Arbeitsbuch für Kleinklassen A 1991, II; zitiert nach MOSER OPITZ 2002, 105; Klammer im Original)

Ähnliches lässt sich auch in alten Lehrplänen aus Deutschland finden. So sind in dem Lehrplan für Baden-Württemberg von 1977 Aufgaben zur Klassifizierung in großem Umfang vorgegeben. Die Schülerinnen und Schüler sollen z.B. Gegenstände hinsichtlich ihrer Merkmale beschreiben, sortieren und anordnen. Später werden Schnitt- und Vereinigungsmengen gebildet. Anspruchsvolle Klassifizierungsaufgaben finden sich in den Vorgaben bis in die vierte Klasse. (vgl. BILDUNGSPLAN FÜR DIE GRUNDSCHULEN 1977, 146ff)

Auch wenn im Bildungsplan für die Grundschulen in Baden-Württemberg von 2004 keine Inhalte und Kompetenzen mehr zu finden sind, die sich an der Mengenlehre orientieren, könnten die von MOSER OPITZ geschilderten Probleme auf Grund der ähnlichen Vorgeschichte durchaus auch in Deutschland anzutreffen sein. Einzelbeispiele habe ich von Mitstudenten aus ihren Praktika bzw. aus ihrem diagnostischen Arbeiten erfahren. So verweigerte eine Lehrerin dem Kind das Arbeiten mit Zahlen, da es die grundlegenden Aufgabe noch nicht könne. Ich habe nicht erfahren, welche „grundlegenden Aufgaben" sie meinte, aber eine prinzipielle Lehre, die man aus der Vergangenheit ziehen kann, ist, den Kindern die Welt der Zahlen nicht künstlich vorzuenthalten.

4.7.3 AUSWIRKUNGEN AUF DIE DIAGNOSTIK

Da die Diagnostik – zu Recht – oft Grundlage der didaktischen Planung ist, muss kurz auf die Auswirkungen in diesem Bereich eingegangen werden. Im Prinzip ist der Einzug der piaget'schen Aufgabenstellungen, die selbst diagnostischen Charakter haben, in Verfahren zur Lernstanderfassung nicht verwunderlich. Problemtisch ist aber auch hier die unreflektierte Übertragung. Schwerer wiegen jedoch die Auswirkungen für die förderdiagnostischen Schlüsse, die ein Training dieser diagnostischen Aufgaben zur Folge haben. „Die Fördervorschläge seien für den Schulalltag ungeeignet und das zusammenhanglose Wiederholen einiger Piaget-Versuche führe nicht zu operationalem Denken" (MOSER OPITZ 2002, 96). Bei neueren diagnostische Verfahren spielt aber zunehmend auch das Zählen eine immer größere Rolle und pränummerische Arbeiten rückt in den Hintergrund. (vgl. ebd., 96ff)

In dem Schulleistungstest SBL I (Schultestbatterie zur Erfassung des Lernstandes in Mathematik, Lesen und Schreiben I), der – wie ich bereits aus eigener Erfahrung weiß - auch heute in der Sonderpädagogik noch oft angewendet wird, finden sich viele Aufgaben, die sich sehr stark an den pränummerischen Grundkompetenzen zur Zahlbegriffsentwicklung nach Piaget orientieren. So besteht eine Aufgabe in der Klassifikation nach einem Merkmal (Möbel oder Geschirr), eine andere verlangt das Klassifizieren nach zwei abstrakten Merkmalen (Farbe und Form). Zwei weitere Aufgaben bestehen darin, eine nach der Größe geordnete Reihe zu vervollständigen (Seriation). Bei mehrer Aufgaben geht es um das Herstellen gleicher Mengen oder Mengenvergleiche. Dabei werden angewandte Lösungsstrategien wie Stück-für-Stück-Zuordnung oder Abzählen festgehalten. Der Umgang mit Kardinal- und Ordinalzahl wird ebenfalls erfasst. In den weiteren Aufgaben geht es um Kompetenzen, die über den grundlegenden Zahlbegriff hinaus gehen. Zählkompetenzen werden nicht abgefragt, können aber bei den Aufgaben angewendet werden.

Würde nun ein Kind, das mit den pränummerischen Aufgaben Piagets nicht vertraut ist, diesen Test machen, könnte es sein, dass es in den Grundkompetenzen schlechte Leistungen zeigt, obwohl es vielleicht schon über ein gewisses Zahlkonzept und über Zählstrategien verfügt. Andererseits könnte ein anderes Kind, das – vielleicht auf Grund eines früheren Tests – genau mit diesen Aufgaben gefördert wurde, hier gute Leistungen zeigen, ohne über ausgereifte Grundlagen für die Zahlbegriffsentwicklung zu verfügen.

5 ZWISCHENRESÜMEE

- Die bisher dargestellten Theorien formulieren (pränummerische) Grundkompetenzen, die als Voraussetzung für den Zahlbegriffserwerb gelten sollen, deren Wirksamkeit diesbezüglich jedoch nicht empirisch belegt werden konnte. Beispielhaft sei hier die Invarianzvorstellung erwähnt, die zwar hilfreich beim Verständnis der natürlichen Zahlen sein kann, aber nicht als Voraussetzung für den Zugang zu Zahlen verstanden werden darf.
- Auf Grundlage dieser postulierten Grundkompetenzen wurden fragwürdige didaktische Konsequenzen abgeleitet, die heute meist kritisch betrachtet werden.
- Der Theorie zum Zahlbegriffskonzept von Piaget kann man zugute halten, dass beide Aspekte (ordinaler und kardinaler) als Beitrag zu einem reifen Zahlbegriffskonzept verstanden werden.
- Bei der stark negativ beschriebenen Rolle der sozialen Vermittlung scheint Piaget über das Ziel hinausgeschossen zu sein bei dem Versuch, ein Gegenmodell zum rein belehrenden Unterricht der „alten Schule“ zu entwickeln. Gerade aber die soziale Vermittlung als Ergänzung zum eigenständigen Handeln könnte im Hinblick auf eine Körperbehinderung große Bedeutung haben.
- Ebenso spielt es für Menschen mit einer Körperbehinderung eine große Rolle, ob die „Anschauer“ oder die „Zähler“ den richtigen Weg zum Zahlbegriff gehen und ob die Rolle die Wahrnehmung gegenüber manuellen Handlungen wie Piaget sagt, unbedeutend ist.
- Bei der Übertragung der psychologischen Erkenntnisse Piagets auf den mathematischen Erstunterricht wurde der Fehler gemacht, beobachtbare Entwicklungssprünge, die Piaget beschreibt (Kinder können zuerst Klassen bilden und beherrschen später die Klassifikation), als direkte Kausalität anzunehmen, woraus gefolgert wurde, dass man z.B. das Klassenbilden so lange üben muss, bis man klassifizieren kann.
- Diese Problematik fand mit der Mengenlehre den Einzug in die Schule und konnte sich unter anderem durch die für Mathematiker scheinbar bestechende Logik in Piagets Zahlbegriffskonzept lange halten. Ihre Auswirkungen sind bis heute zu spüren, obwohl die Unwirksamkeit der Mengenlehre seit langem nachgewiesen ist und diese Inhalte aus den Lehrplänen verschwunden sind.
- Laut MOSER OPITZ hat sich die Förderung pränummerischer Fähigkeiten als Vorstufe zur Erlangung des Zahlbegriffs gerade in Sonderschulklassen lange gehalten.

- Bezogen auf die Schule für Körperbehinderte, könnte man dieses Phänomen damit erklären, dass man dachte, genau hier läge der eingangs bereits erwähnte Erfahrungsmangel von körperbehinderten Schülerinnen und Schülern.
- Trotz aller Kritik kann nicht Piagets Theorie komplett in Frage gestellt werden, sicher aber der im Zahlbegriffskonzept vorgeschlagenen Weg zur Erlangung eines Zahlbegriffsverständnisses und die daraus abgeleiteten didaktischen Konsequenzen.

6 AKTUELLER FORSCHUNGSSTAND

Auch wenn die Auswirkungen der Mengenlehre in der Schulpraxis immer noch zu spüren sind und eine isolierte Förderung von pränummerischen Kenntnissen, gerade bei lernschwachen Kindern, oft noch vertreten wird, ist diese Ansicht in der mathematikdidaktischen Forschung heute größtenteils verschwunden. Sie wurde allerdings noch nicht von einer neuen großen Leitidee abgelöst, was jedoch nicht schlecht sein muss. Vielmehr wurden in vielen empirischen Untersuchungen einzelne Aspekte des Zahlbegriffserwerbs auf ihre Wirksamkeit hin überprüft. Dabei ist eine klare Tendenz zu erkennen, die dem Zählen eine viel größere Bedeutung beimisst. Daher sollen in diesem Kapitel die aktuellen Erkenntnisse über das Verständnis und die Entwicklung des Zahlbegriffs dargestellt werden. Dabei soll die Zählentwicklung einen Schwerpunkt darstellen, aber auch die Erkenntnisse über das aktiv-entdeckende Lernen.

6.1 NUMMERISCHE KENNTNISSE VON KINDERN

MOSER OPITZ stellt anhand einer Reihe von empirischen Untersuchungen nummerische Kenntnisse von Kindern verschiedenen Alters dar. Danach haben Kinder schon **ab zwei Jahren** gewisse Kenntnisse dieser Art, die sich „bis zum Schuleintritt zu beachtlichem mathematischem Können erweitern“ (MOSER OPITZ 2002, 52). **Im Alter von drei Jahren** konnten Kinder schon relativ zuverlässig unterschiedliche Mengen erkennen und unter dem Aspekt mehr oder weniger unterscheiden. **Mit drei Jahren** beginnen die Kinder ebenfalls oft, bereits teilweise die Zahlwortreihe aufzusagen. **Mit drei bis vier Jahren** konnten sie mit Hilfe der Stück-für-Stück-Korrespondenz Mengen miteinander vergleichen (z.B. Löffel und Teller). Spannend dabei ist, dass **vierjährige** Kinder dies sogar mit kardinalem Wissen verknüpfen können. So konnten sie durch Zählen zwei Mengen vergleichen und wendeten die Zahlwörter korrekt an. Sie setzen die Zähltechnik jedoch noch nicht spontan zum Mengenvergleich ein. Die Kenntnisse über das Wesen und den Zweck der Zähltechnik sind also noch brüchig. Bis zum Schuleinritt kann sich das Aufsagen der Zahlwortreihe jedoch zu einem Zählen entwickeln, das schon kardinales Verständnis beinhaltet. **Vorschulkinder** konnten in einer Untersuchung passende Mengenbilder zu vorgegebenen Zahlen zeichnen. Die Hälfte der Kinder konnten bereits Zahlen bis zehn schreiben. **Beim Schulanfang**, so zeigen mehrere sich deckende Studien, kann ein Großteil der Kinder bereits vorwärts und rückwärts bis zehn zählen und mit Hilfe des Zählens bis zehn sogar addieren. Etwa die Hälfte der Schulanfänger konnte von zehn subtrahieren, ein viertel sogar mit Zehnerüberschreitung. Ebenfalls scheinen die Zahlsymbole für die meisten Kinder vertraut zu sein. (vgl. ebd., 52ff)

WIECZOREK weist darauf hin, dass man die Zählkompetenz von Schulanfängern aber auch nicht überschätzen darf. Vor allem darf man nicht davon ausgehen, dass reine Abzählfähigkeiten schon einen Hinweis auf die vorhandene Vorstellung des Zahlbegriffs geben können. Gängige Schulbücher würden dies jedoch so annehmen. (vgl. WIECZOREK 2005, 237f)

Es kann also festgestellt werden, dass Kinder beim Schuleintritt kein unbeschriebenes Blatt bezogen auf mathematische Fähigkeiten sind und dass der mathematische Anfangsunterricht daher nicht bei Null anfangen darf oder gar muss. Dabei ist allerdings zu beachten, dass die Fähigkeiten der Kinder sehr kontextgebunden sind (vgl. MOSER OPITZ 2002, 55) und daher der Übergang zur abstrakten Betrachtung der mathematischen Zusammenhänge noch erarbeitet werden muss. Es muss außerdem der Tatsache Rechnung getragen werden, dass die Leistungen, die Kinder mitbringen, einer enormen Heterogenität unterliegen (vgl. ebd., 56). Daher ist für die Diagnose und für die daraus abgeleitete Förderung ein gründliches Wissen über die Entwicklung dieser Fähigkeiten nötig.

Die Fähigkeit des Zählens bekommt dabei eine zentrale Rolle, da sie als Bindeglied zwischen der kindlichen Vorerfahrung und den abstrakten Zahlen sowie einfacher Arithmetik fungiert. Daher muss gerade im Erstunterricht großer Wert auf das Erfassen von Zählkompetenzen sowie auf eine Anknüpfung an diese bzw. eine entsprechende Förderung bei Kindern, die dort Schwierigkeiten zeigen, gelegt werden. Jedes Kind sollte das Zählen als Handwerkzeug des mathematischen Erstunterrichts erlernen und anwenden können (vgl. ebd., 63).

Darüber, wie sich diese Zählkompetenz entwickelt, herrscht ein wissenschaftlicher Streit, bei dem sich allerdings eine Annäherung abzeichnet. Dies soll im Folgenden dargestellt werden.

6.2 ENTWICKLUNG DES ZÄHLENS

Die erste große Frage ist, ob die frühen nummerischen Kenntnisse der Kinder angeboren oder erlernt sind. Ein erstes Indiz dafür, dass diese angeboren sind, ist darin zu finden, dass selbst Kleinkinder und Tiere Anzahlveränderungen wahrnehmen. Diese Anzahlerkennung hängt sehr eng mit dem alten Streit über das subitizing (siehe Kapitel 4.1.2) zusammen, also mit der Frage, ob die spontane Mengenerfassung ein angeborener Wahrnehmungsakt ist oder ob diese durch bewusstes Abzählen erfolgt und damit erlernt ist. (vgl. MOSER OPITZ 2002, 64ff) Genauso könnte aber auch das

Abzählen angeboren sein (siehe Prinzipien zuerst, Kapitel 6.2.1) und das subitizing eine daraus erlernte Folge. Beide Standpunkte werden durch Untersuchungen bekräftigt und somit der jeweils andere bezweifelt. Das Problem bei den Untersuchungen, die versuchen zu beweisen, dass diese Fähigkeiten angeboren sind, ist, dass sie auf Modelle zurückgreifen, die ungeeignet wären, „um die Aneignung von *komplexem* mathematischem Wissen zu erklären“ (Moser Opitz 2002, 66; Vorhebung durch Hofstetter). (vgl. ebd. 64ff)

Genau darum geht es uns hier jedoch und daher soll dieser Streit nicht im Mittelpunkt stehen, sondern die Konzepte, die zur Zählentwicklung führen, wobei uns hier dieser Streit immer wieder begegnen wird. Moser Opitz führt vier Modelle an, welche die Zählentwicklung erklären und in unterschiedlicher Weise Gültigkeit besitzen:

6.2.1 Entwichlungsmodelle

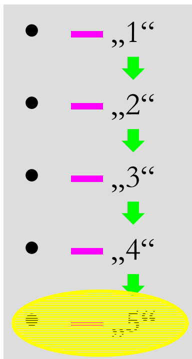
Mechanismen zuerst

In dieser Modellvorstellung entwickelt sich das Zählen „durch Nachahmungs- und Übungsformen [...], die durch Erwachsene verbal verstärkt werden“ (Moser Opitz 2002, 67). Die Prinzipien verstehen die Kinder dann dadurch, dass sie häufig genug dieses Zählen ausgeführt haben (vgl. ebd.).

Obwohl ich genau dieses Verhalten bei meinem kleinen Patenkind beobachten kann, ist es jedoch einleuchtend, dass dieser postulierte Entwicklungssprung aus heiterem Himmel keine befriedigende Erklärung zur Zählentwicklung sein kann und genau daher dieses Modell, wie in der Literatur beschrieben (vgl. ebd.), heute fast nicht mehr vertreten wird.

Prinzipien zuerst

Dieses Konzept geht davon aus, dass die Kinder beim ersten Zählen schon Prinzipien anwenden, derer sie sich nicht bewusst sind, die aber „als eine Art handlungsleitende Ideen“ (ebd.) verstanden werden können. So ist nicht das subitizing, sondern sind folgende how-to-count-Prinzipien angeboren:



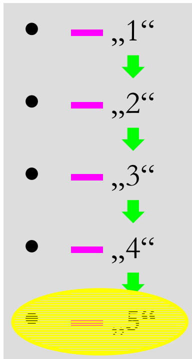
- Eindeutigkeitsprinzip: Jedem Objekt wird genau ein Zahlwort zugeordnet.
- Stabile Ordnung: Die Zahlwörter werden in immer gleicher Reihenfolge verwendet.
- Kardinalprinzip oder Last-Word-Rule: Das letzte benutzte Zahlwort gibt zugleich die Menge der gezählten Objekte an.

Hinzu kommen zwei übergeordnete what-to-count-Prinzipien:

- Abstraktionsprinzip: Die obigen Prinzipien können auf beliebige Anzahlen angewendet werden.
- Irrelevanz der Anordnung: Die Anordnung der Elemente ist für das Zählen bedeutungslos.

Auch dieses Konzept hat wenige Anhänger gefunden. Das Eindeutigkeitsprinzip als Voraussetzung wird kritisiert, da sich diese Fähigkeit bei vielen Kindern erst mit der Zeit entwickelt, weil hierzu mehrere Handlungen miteinander in Verbindung gebracht werden müssen: Objekte antippen, Zahlwort zuordnen und merken, was schon gezählt wurde. Die stabile Ordnung sei zu Beginn kein Zählprinzip, sondern eine Gedächtnisleistung, indem die Kinder die Zahlwörter in Verbindung mit der Reihenfolge lernen. Erst später merken sie, dass jedes Wort nur einmal vorkommt. Das Kardinalzahlprinzip als wichtiger Schritt des Zählens wird nicht kritisiert, allerdings das unklare Zustandekommen nach diesem Konzept. Die Irrelevanz der Anordnung wird dahingehend kritisiert, dass sie keine zwingende Voraussetzung zum Zählen ist. Da an Hand der dargestellten Prinzipien aufgezeigt wurde, dass die Kinder mehr wissen als sie durch ihr Verhalten zeigen (Abgrenzung zum Mechanismen-zuerst-Konzept), kann man zusammenfassend sagen, dass das Anliegen des Prinzipien-zuerst-Konzeptes gut und richtig ist, dass dies aber nichts über das konzeptuelle Wissen der Kinder aussagt. (vgl. ebd., 67ff)

Prinzipien nachher



Diese Sichtweise „betrachtet die Zählentwicklung als einen vielschichtigen Prozess, bei dem verschiedene Faktoren zusammenspielen“ (ebd., 72). Dabei werden ziemlich ähnliche Aspekte wie bei „Prinzipien zuerst“ als zentral angesehen, auch wenn andere Begriffe dafür verwendet werden: **Sequenz** (Aufsagen der Zahlwortreihe), **Zählen** (Ein-zu-Eins Zuordnung der Zahlwörter zu den Objekten) und **Kardinale Bedeutung** (Letzte Zahl als Angabe für die Menge). Der Kern dieses Konzeptes liegt aber darin, dass man nicht von einem angeborenen Fähigkeitenpaket ausgeht, sondern von einzelnen Kompetenzen, die Kinder „nach und nach kennen und mit der Zeit koordinieren lernen, dass sich also konzeptuelle Kompetenz langsam entwickelt“ (ebd., 73). Einige Autoren betonen darüber hinaus die Rolle des sozialen Lernens durch Familie und Freunde. Lässt man den anhaltenden Streit über die Bedeutung des subitizing außen vor, kann man von einer großen Zustimmung zu diesem Konzept sprechen. Laut MOSER OPITZ werden keine direkten Gegenargumente zu diesem Konzept angeführt, lediglich die Gegenentwürfe (siehe obige Konzepte), die durch ihre Grundannahmen schon dem „Prinzipien nachher“ widersprechen müssen. (vgl. ebd., 72f)

Akkumulatormodell

Diese Vorstellung lehnt sich an die Grundidee der *Prinzipien zuerst* an und sieht den Prozess des Zählens als eine Verbindung angeborener nummerischer Fähigkeiten mit dem „kulturell vorgegebenen, linguistischen System“ (ebd., 74) an. Es wird eine unabhängig vom Zählprozess existierende Zahlrepräsentation angenommen, die mit der Zahlwortreihe in Verbindung gebracht werden muss. Die Kritik betrifft, ähnlich wie beim Prinzipien-zuerst-Modell, vor allem das Postulat der angeborenen Fähigkeiten und die große Rolle der Mengenerfassung. (vgl. ebd., 73ff)

Eine allgemeine Kritik an den Modellen liegt darin, dass sie lediglich das Wissen über den Zählbegriff, den Erwachsene haben, mit dem der Kinder vergleicht und dabei nicht aufzeigen, wie sich diese entwickeln bzw. unter welchen Umständen sie zustande kommen. (vgl. ebd., 78f)

6.2.2 Kompetenzebenen

Eine weitere kritische Auseinandersetzung mit den verschiedenen Vorstellungen der Zählentwicklung geht quer durch alle Einzelkonzepte. Bei dieser Diskussion geht es um die Unterscheidung zwischen „Kompetenz“ und „Performanz“. Ersteres meint das Verstehen der Zählprinzipien und wird auch als „know-why“ bezeichnet. Der zweite Aspekt wird als „know-how“ bezeichnet und beschreibt das korrekte Durchführen von Zählprozessen. Dabei ist ein grundsätzliches Problem die klare Abgrenzung. Andererseits geht die Diskussion in die Richtung, dass sich die Entwicklung gerade dadurch beschreiben lässt, dass es keine klare Abgrenzung gibt und sie sich gegenseitig bedingen. Es geht also um die Frage der Trennung oder Interaktion dieser beiden Ebenen. Dabei sehen die einen gerade in der Trennung ein adäquates Mittel zur Beschreibung des Zählprozesses. Allerdings nennen sie keine konkreten Bedingungen, wonach sich die beiden Ebenen klar unterscheiden ließen. Die anderen erachten wiederum genau die Wechselwirkung und das Zusammenspiel beider Ebenen als wesentlich und sehen in der „Absicht des Individuums“ (Moser Opitz 2002, 79), ein bestimmtes Ziel zu erreichen, den Motor dieser Entwicklung. (vgl. ebd., 75ff)

6.2.3 Heutige Sichtweise

Vor dem Hintergrund der oben dargestellten Kontroverse zieht Moser Opitz den Schluss, dass „Lern- und Entwicklungsmodelle, die von einer gegenseitigen Beeinflussung von Kompetenz und Performanz und von der Sichtweise eines aktiv handelnden Individuums ausgehen, für die Erklärung des Erwerbs nummerischer Kompetenzen zu bevorzugen sind“ (Moser Opitz 2002, 80). Dieser Sichtweise entspricht am ehesten das Modell „Prinzipien nachher“ (Kapitel 6.2.1). Auch dort wird von einem vielschichtigen, sich gegenseitig bedingenden Annäherungsprozess ausgegangen. Diese Auffassung des Lernens entspricht durchaus dem von Piaget beschrieben Modell der Assimilation und Akkomodation. Durch ein Ungleichgewicht zwischen verinnerlichter Auffassung der Welt und dem aktuell Erlebten sowie gleichzeitigem Streben nach Organisation und Ordnung wird der Erkenntnisprozess angetrieben. Bezogen auf die Zählentwicklung kann man sich also vorstellen, dass die verschiedenen Niveaus der Kompetenz und der Performanz so durchschritten werden, wie sie zur Lösung eines aktuellen Problems erforderlich sind. Dabei bedingen sie sich gegenseitig und können sich durch Reflexion und Anwendung erweitern. Damit dieser Prozess in Gang gesetzt wird, muss ein

Umfeld geschaffen werden, wo das Kind diese „Denkwerkzeuge“ (ebd., 81) konstruktiv einsetzen kann und wo ein Ausprobieren und Weiterentwickeln angeregt wird. Dieses Umfeld muss von mathematischen Problemen geprägt sein, die zu deren Lösung herausfordern. „Für den Erstunterricht ist dies eine ‚Welt mit Zahlen', in der die Kinder auf vielfältige Art und Weise Zahlen, Mengen, Zählaufgaben und weiteren sinnvollen und anregenden (alltags-)mathematischen Aufgaben und Problemen begegnen“ (MOSER OPITZ 2002, 81). Dazu ist die soziale Anregung in besonderem Maße förderlich und sollte ihrerseits zu einer „kommunikativen Auseinandersetzung“ (ebd.) über die Sache führen. Dadurch kann und muss das konzeptuelle Vorwissen des Kindes integriert werden. (vgl. ebd., 81f)

6.3 ZÄHLENDES RECHNEN ALS GEFAHR

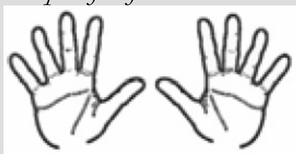
In dem Forschungsbericht über Schwierigkeiten des mathematischen Anfangsunterrichts, wo GERSTER et al. Kinder untersuchten, die als rechenschwach galten, umschrieben die Forscher ein Kapitel mit der Überschrift “Von der Zahlwortreihe zum Rechnen – ein problematischer Weg“ (GERSTER 2004, 329). Dies scheint auf den ersten Blick den Ausführungen von MOSER OPITZ über die große Bedeutung der Zahlwortreihe für den Zahlbegriffserwerb zu widersprechen. Daher soll dieses Problem hier näher thematisiert werden.

Bei einem Blick in den Forschungsbericht fällt auf, dass sich GERSTER mit den Ausführungen von MOSER OPITZ größtenteils einig zu sein scheint, da er ähnliche Erkenntnisse wie sie durch eigene Forschungsergebnisse untermauert. So sehen beide die Formulierung und exklusive Förderung basaler bzw. pränummerischer Fähigkeiten kritisch und favorisieren stattdessen ein Auseinadersetzen mit quantitativen Inhalten von Anfang an (vgl. GERSTER 2004, 50f; MOSER OPITZ 2002, 80ff). Außerdem sehen sie den Zählakt als eine (wichtige) Tätigkeit zum Erwerb des Zahlbegriffs (vgl. GERSTER 2004, 327ff; MOSER OPITZ 2002, 63ff). Darüber hinaus befürworten beide das Konzept des aktiv- endeckenden Lernens (siehe nächstes Kapitel, 6.4).

GERSTER betont, dass er es nicht befürwortet, von der Zahlwortreihe *direkt* zum Rechnen überzugehen. Gerade rechenschwache Kinder haben diesen Weg (oft in verzweifelter Eigeninitiative) beschritten und wurden zu „zählenden Rechnern“ (GERSTER 2004, 329). Ihre Strategien zur Lösung von Additions- und Subtraktionsaufgaben sowie eventuell leichten Multiplikationsaufgaben stellen sehr hohe Anforderungen an Konzentration und Merkfähigkeit. In Anbetracht dieser enormen Leistungen schon bei einfachen Aufgaben ist daher sogar eine gewisse Bewunderung diesen Schülerinnen und Schülern gegenüber angebracht. Gleichzeitig kommen sie jedoch bei komplexeren Aufgaben mit dieser Strategie an ihre Grenzen. GERSTER sieht fünf große Nachteile des zählenden Rechens: (1) Durch die unklare Rolle des Anfangs- bzw. Endgliedes der Zählreihe kann es zu +1 und -1 Fehlern kommen. Dabei sieht die korrekte Zählweise auf den ersten Blick am unwahrscheinlichsten aus. (2) Bei größeren Zahlen wird das zählende Rechen sehr aufwendig und fehleranfällig. (3) „Zählendes Rechnen erschwert den Zugang zu Strukturgesetzten und Rechenvorteilen“ (ebd., 330), da es völlig losgelöst von Mengenvorstellungen keine Einsicht in z.B. das Kommutativgesetz ermöglicht. (4) Die ordinale Zahlvorstellung unterstützt die Auffassung, dass die Zählzahl (z.B. 7) ein einzelnes für sich stehendes Ding ist und nicht für eine Gruppe mehrerer Dinge steht. (5) Das zählende Rechnen wird zu einer rein abstrakten Technik ohne den Bezug zu Quantitäten, was zu Problemen bei Sach- und Textaufgaben führt. (vgl. ebd., 329ff)

In Kapitel 4.2.4 schließt sich MOSER OPITZ (2002) diesen Bedenken an und zitiert GERSTER, wenn er sagt, dass das zählende Rechnen nicht über das erste Schuljahr hinaus akzeptiert werden darf. Sie betont aber, dass das Abzählen nicht nur für den Aufbau des Zahlbegriffs notwendig ist, sondern dass es auch zu den ersten Strategien gehört, die ein Kind erlernt, um die Grundrechenarten zu lösen und das dort seine Berechtigung hat. Sie sieht jedoch in dem zu langen Gebrauch des zählenden Rechnens vor allem, wenn dies die einzige Strategie ist, über die Schülerinnen und Schüler verfügen, ein großes Problem des mathematischen Anfangsunterrichts. Daher muss der Mathematikunterricht den Kindern den Aufbau einer verinnerlichten Vorstellung von strukturierten Mengen ermöglichen. Hierfür kann der Gebrauch der Finger als „fixe Zahlbilder“ (MOSER OPITZ 2002, 115) von Nutzen sein. (vgl. ebd., 114f)

Beispiel für fixes Zahlbild:



2 Hände als Darstellung von 5+5=10 (vgl. Gerster 2004, 266)

Beide anfangs konträr erscheinenden Positionen lassen sich also zusammenfassen und vereinen, indem man das Zählen beim Zahlbegriffserwerb sowie beim ersten Rechnen als wichtige Fähigkeit und als einen unverzichtbarer Zugang der Kinder zu mathematischen Strukturen ansieht. Gleichzeitig birgt das Zählen die Gefahr, dass Schülerinnen und Schüler das zählende Rechnen als einzige universelle Strategie des Rechnens ansehen, was bei höheren Aufgaben unweigerlich zu Rechenproblemen und grundsätzlich zu Verständnisproblemen der arithmetischen Strukturen führen muss. Um dies zu verhindern, muss der mathematische Anfangsunterricht von Anfang an daran arbeiten, dass die Schülerinnen und Schüler sich eine Vorstellung von Zahlen als strukturierter Mengen aneignen und dies mit der Zahlwortreihe verbinden können. (vgl. GERSTER 2004, 331ff; MOSER OPITZ 2002, 116f)

Für das weitere Rechnen soll neben dem Zählen die Struktur der Zahlen helfen, Additionen und Subtraktionen zu lösen. Ein zentraler Aspekt ist das sogenannte Teil-Ganzes-Prinzip, das besagt, dass jede Zahl eine Zusammensetzung aus anderen Zahlen ist. Für das Rechnen von komplexeren Aufgaben ist das Aneignen von Nichtzählstrategien wie z.B. das Verdoppeln und Halbieren hilfreich und notwendig. (vgl. GERSTER 2004, 331ff) Eine weitere Ausführung hierzu findet man bei GERSTER 2004 ab Seite 364. Für diese Arbeit soll dieser Ausblick jedoch genügen und gleichzeitig nochmals die Notwenigkeit von strukturierten Mengenvorstellungen unterstreichen.

6.4 AKTIV-ENTDECKENDES LERNEN

Auf dem Hintergrund der dargestellten psychologischen, didaktischen und pädagogischen Erkenntnisse empfiehlt MOSER OPITZ die Vorgehensweise des aktiv-entdeckenden Lernens für die Gestaltung des mathematischen Erstunterrichts, auch und gerade in der heilpädagogischen Arbeit (vgl. MOSER OPITZ 2002, 121f). GERSTER empfiehlt eine Verbindung von subjektiver Konstruktion und sozialer Interaktion als konstruktivistisch-soziokulturelle Sichtweise von Lernen, welche ähnliche Grundideen, Inhalte und Vorgehensweisen wie die Konzeption des Aktiv-entdeckenden Lernens beinhaltet (vgl. GERSTER 2004, 34ff).

Die Konzeption des aktiv-entdeckenden Lernens ist ein Gegenentwurf zu dem Lernen in kleinsten Schritten, bei dem der Lehrer die Inhalte und Verfahren vermittelt und den Schülerinnen und Schülern diese dabei in sorgfältig ausgewählten Stoffgebieten und unter Isolierung der Schwierigkeiten anwendet. Bei dem aktiv-entdeckenden Lernen dagegen steht die konstruktive Tätigkeit in einem ganzheitlichen und bedeutsamen Sachverhalt der Schülerinnen und Schüler im Vordergrund. Das bedeutet, dass dem Lehrer die Aufgabe obliegt, den Lernstoff so aufzubereiten und anzubieten, dass sich die Schülerinnen und Schüler in einem aktiven Prozess die mathematischen Kenntnisse aneignen können. Grundlage hierfür ist die Theorie der kognitiven Entwicklung nach Piaget. Gemäß seinem Äquilibrationsprinzips geschieht der Aufbau kognitiver Strukturen durch aktive Auseinandersetzung mit der Umwelt. So kritisch also, von heutigem Standpunkt aus, auch die Vorstellung Piagets bezüglich der Entwicklung des Zahlbegriffs gesehen werden muss (siehe Kapitel 4.6.2), so aktuell und gültig werden seine beschriebenen Prozesse zum Lernen und Aneignen der Umwelt gesehen. Das aktiv-entdeckende Lernen stellt also die eigene Erfahrung in den Mittelpunkt. Es wird aber ebenso dem Dialog zwischen den Lernenden bzw. mit dem Lehrer eine große Bedeutung zuteil, da dieser die aktive Teilnahme an den Lernprozessen fördern soll. Die Schülerinnen und Schüler sollen die Strategien jedoch selbst entwickeln. Dabei geht es nicht um einen genau festgelegten Weg, sondern um eine Methode, die zur Denkweise der Schülerinnen und Schüler passt. Dabei muss der von ihnen entdeckte Weg nicht unbedingt der passendste für sie sein. Der Dialog über individuelle Lösungswege und eventuelle Probleme dient dem Lehrer dabei als diagnostisches Instrument bei der Suche nach dem geeigneten Weg. Der Dialog soll damit auch helfen den Schülerinnen und Schülern bessere bzw. passendere Wege anzubieten. Es wird hier schon klar, welchen großen Flexibilitätsansprüche das entsprechende didaktische Material genügen muss. (vgl. MOSER OPITZ 2002, 106f und 109; GERSTER 2004, 36ff)

GERSTER betont zusätzlich, dass Fehler zum Lernprozess dazugehören und sogar notwendig sind, da sie wichtige Lernanlässe bieten. „Wir sollten Fehlermachen auch den Schülerinnen und Schülern zugestehen und dies nicht mit schlechten Noten betrafen“ (GERSTER 2004, 36f). Lernmethoden, die

Fehler versuchen auszuschließen, können dazu führen, dass Kinder Aufgaben richtig lösen, die sie gar nicht verstanden haben. (vgl. ebd., 37)

Der Mathematikunterricht, der sich an dem aktiv-entdeckenden Lernen orientiert, beschränkt sich auf wenige Kerninhalte:

„- Zahlenreihe

- Rechnen, Rechengesetzte, Rechenvorteile

- Zehnersystem, Rechenverfahren

- Arithmetische Gesetzmäßigkeiten und Muster

- Zahlen in der Umwelt

- Übersetzung in Zahl- und Formelsprache

Damit verbunden ist eine Förderung und Gewichtung der folgenden allgemeinen Lernziele:

- Mathematisieren (Umsetzten von realen Situationen in Mathematik)

- Entdecken (Situationen probend erforschen, Beziehungen und Strukturen entdecken)

- Argumentieren (Sachverhalte begründen)

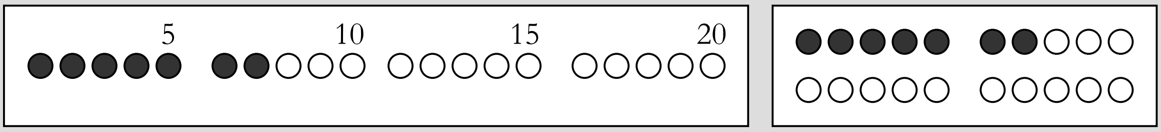
- Darstellen (mathematische Sachverhalte mündlich und schriftlich ausdrücken)“

(MOSER OPITZ 2001, 108; Aufzählung und Klammersetzung im Original)

Diese Inhalte und Lernziele sollen im Spiralprinzip vermittelt werden. Das bedeutet, dass sie in unterschiedlichen Kontexten immer wiederkehren und die Schülerinnen und Schüler dabei immer höheres Niveau der Lösungsstrategien entwickeln. Dadurch soll der Gesamtzusammenhang der arithmetischen Struktur immer im Blick bleiben, da „Teile immer nur in Verbindung mit dem Ganzen verstanden werden können“ (MOSER OPITZ 2002, 108). Dies wird auch das Ganzheitlichkeitsprinzip des aktiv-entdeckenden Unterrichts genannt. (vgl. ebd.)

Die Unterrichtsmaterialien des aktiv-entdeckenden Unterrichts sollen den Kindern vor allem die strukturierte Mengenerfassung ermöglichen. Mit Hilfe von vorstrukturierten Mengenbildern von Beginn des Erstunterrichts an soll das Entdecken mathematischer Zusammenhänge sowie der individuellen Strategien ermöglicht werden. Dabei sollte, auch im Hinblick auf das Spiralprinzip, das gleiche Material über mehrere Schuljahre hinweg benutzt werden. Es sollte daher leicht zu handhaben sein und muss sich flexibel an die unterschiedlichen Gegebenheiten anpassen lassen. Der aktiv-entdeckende Unterricht stellt also hohe Anforderungen an die Lernmaterialien, welche im Hinblick auf schwere Bewegungsbeeinträchtigung noch schwerer erfüllbar sind, zeigt aber auch, dass sich wegen der immer wiederkehrenden Verwendungen dieser Materialien der Aufwand solch einer Modifikation lohnt.

Zentrales Lernmaterial für den Erstunterricht ist die Zwanzigerreihe und das Zwanzigerfeld mit 5er und 10er Strukturierung:



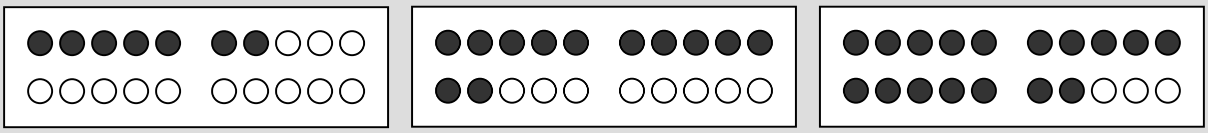
Zwanzigerreihe *Zwanzigerfeld*

jeweils mit der Darstellung der Zahl sieben (vgl. Moser Opitz 2002, 109)

Die übersichtliche Strukturierung soll dabei den Aufbau mentaler Vorstellungsbilder fördern, welche den Schülerinnen und Schülern helfen können, sich vom zählenden Rechnen zu lösen (siehe Kapitel 6.3). Sie sollen also in die Lage versetzt werden, vor ihrem inneren Auge verschiedene Mengendarstellungen so miteinander zu verbinden, dass sie sich dadurch einfache Additionen und Subtraktionen ohne Abzählen denken können. Wichtig ist bei dem Umgang mit dem Material aber nicht die reine Wahrnehmung der Zahlenbilder auf dem Zwanzigerfeld, sondern die Operationen, welche die Lernenden damit konkret durchführen. (vgl. ebd., 109ff)

Es muss also ein Weg gefunden werden, wie auch Schülerinnen und Schülern mit schwerer Körperbehinderung dieses konkrete Manipulieren des Materials ermöglicht wird.

Der Mathematische Erstunterricht unter dem Aspekt des aktiv-entdeckenden Lernens sollte den ganzheitlichen Ansatz schon bei der Einführung der Zahlen berücksichtigen. Es wird also vorgeschlagen, von Beginn an im Zahlenraum bis zwanzig zu arbeiten. So sollen Probleme des Zehnerübergangs – einer der größten Hürden des Erstunterrichts –, die üblicherweise bei der späteren Erweiterung des Zahlenraum über die Zehn hinaus auftreten, von vornherein verhindert werden.



Ähnliche mathematische Situation

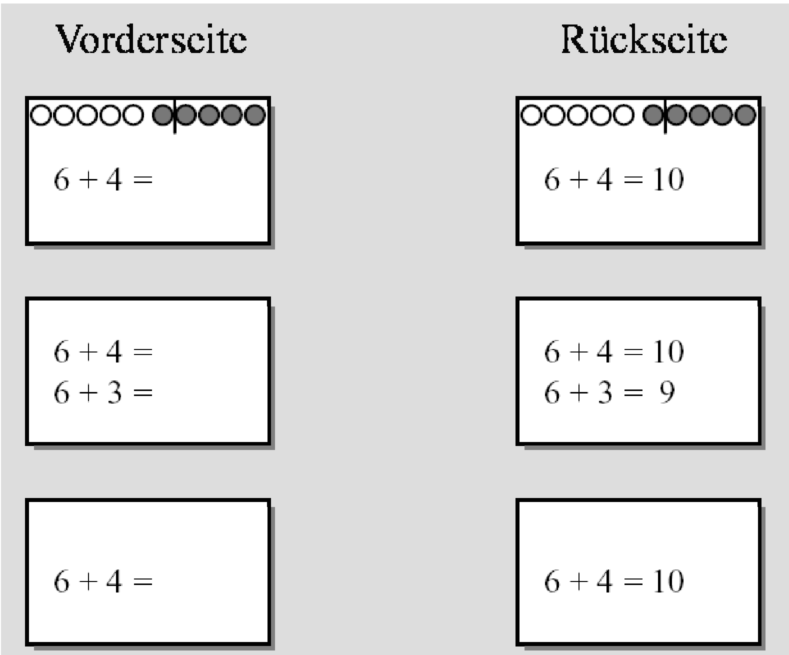
innerhalb des Zehnerbereichs *beim Zehnerübergang* *im Zwanzigerbereich*

So sollen auch die Grundoperationen Addition und Subtraktion im Zwanzigerfeld eingeführt und ausreichend geübt werden. Dabei gilt es, zwei verschiedene „produktive“ (MOSER OPITZ 2002,110) Übungsformen zu berücksichtigen. (1) Bei der operativen Übungsform geht es darum, keine willkürliche Zusammenstellung von Rechenaufgaben zu präsentieren, sondern solche Aufgaben zusammenzufassen, die Beziehungen zwischen den Aufgaben entdecken und so Rechenvorteile erkennen lassen (z.B.: 7+3 und 17+3). (2) Sachstrukturierte Übungsformen betten mathematisch relevante Aspekte in interessante Sachzusammenhänge ein. Dadurch soll das Mathematisieren von

Alttagsprobleme geübt und nebenbei außermathematisches Sachwissen vermittelt werden. (vgl. ebd.110 ff)
Laut MOSER OPITZ werden die hier unter dem Aspekt aktiv-entdeckenden Lernens dargestellten Grundsätze durch das Lehrmittel „Das Zahlenbuch“ umgesetzt (vgl. ebd., 108).

An dieser Stelle sei jedoch betont, dass ein aktiv-entdeckender Unterricht, neben dem selbsttätigen Entdecken der arithmetischen Zusammenhänge und dem produktiven Üben, ein Automatisieren der Grundaufgaben wie z.B. dem kleinen Einspluseins nicht ausschließt. Vielmehr wird das schnelle Abrufen von Grundaufgaben benötigt, um komplexere Aufgaben lösen zu können. „Mit ‚Beherrschung' des kleinen Einspluseins ist gemeint, dass jede der 121 Aufgaben rasch (innerhalb von 2 bis maximal 3 Sekunden), mühelos und sicher aus dem Langzeitgedächtnis abgerufen werden kann“ (GERSTER 2004, 373; Hervorhebungen und Klammer im Original). Entscheidend für die Speicherung ist allerdings die inhaltliche Bedeutung, die die Schülerinnen und Schüler damit verbinden. Dies kann gefördert werden, indem man Verknüpfungen zu Nachbaraufgaben aufbaut (siehe produktive Übungsformen). Bedeutungsleeres Auswendig-Lernen und zählendes Rechnen führt nicht zur bedeutungsvollen Abspeicherung im Langzeitgedächtnis. (vgl. GERSTER 2004, 373f)

Als eine der Lerntechniken wird z.B. folgende Lernkartei vorgeschlagen:



aus GERSTER *2004, 382*

Diese Karten, die jede Einspluseins-Aufgabe dreimal abbilden, sollen wie Vokabellernen automatisiert werden. Beim ersten Durchgang ist zusätzlich zur symbolischen Schreibweise noch ein Zehnerfeld abgebildet (Hier wäre auch ein Zwanzigerfeld denkbar. Anm. Hofstetter). Ein zweiter Durchgang erfolgt mit einer Nachbaraufgabe und ein dritter mit nur der Aufgabe in symbolischer Schreibweise alleine. Wenn alle drei abrufbar sind, ist das Lernziel erreicht. (vgl. ebd., 381ff)

Aktiv-entdeckendes Lernen und Lernschwäche

Da körperbehinderte Kinder oft auch eine Lernschwäche aufweisen können, soll auf diesen Aspekt ebenfalls kurz eingegangen werden.

Das aktiv-entdeckende Lernen unterscheidet sich laut MOSER OPITZ von herkömmlichen heilpädagogischen Konzepten in folgenden Punkten:

- Zahlen werden nicht kleinschrittig eingeführt, sondern
- es wird schon zu Beginn im Zahlenraum bis 20 gerechnet.
- Auf pränummerische Übungen wird weitgehend verzichtet.
- Addition und Subtraktion werden als Beziehungen zwischen den Zahlen und nicht als schrittweises Vorgehen eingeführt.

Diesbezüglich wird eingewandt, dass es Schülerinnen und Schülern mit einer Lernbehinderung an der Fähigkeit zum Entdecken und Verstehen mangelt und dass ihnen pränummerische Aufgaben als Grundlage des Rechnens fehlten (Letzterer Vorwurf kann durch obige Darstellung bereits entkräftet werden!). GERSTER wendet allerdings ein, dass lernschwache Schülerinnen und Schüler „nicht anders als die ‚normal begabten' Kinder" (GERSTER 2004, 37; Anführungszeichen im Original) Mathematik lernen. Sie werden oft nicht durch ihr Lernvermögen, sondern vielmehr durch unpassende Belehrung behindert. Da man lernbehinderte Schülerinnen und Schüler nicht überfordern möchte, wird traditionell auf die ganzheitliche Bearbeitung von Aufgaben wie z.B. den erweiterten Zahlenraum bis Zwanzig im Erstunterricht verzichtet, um ein Scheitern und eine damit verbundene Demotivation zu verhindern. Im Gegensatz dazu soll die Erweiterung des Zahlenraums erst nach einem kompletten Aufbau des Zahlbegriffs erfolgen. „Dass die Kinder dann im Zahlenraum 6 noch an den Fingern abzählen, rechtfertigt dann den Lehrer, weiterhin in diesem Zahlenraum zu verweilen" (SCHERER 1995, zitiert nach MOSER OPITZ 2002, 114). Sowohl MOSER OPITZ als auch GERSTER beurteilen eine kleinschrittige Reduktion des Lernstoffes auf Grundlage ihrer Untersuchungen für falsch, da sie die Lernmöglichkeiten auch mathematikschwacher Schülerinnen und Schüler einschränkt und sie daran hindert ihr Vorwissen mit dem schulischen Wissen zu verbinden. Bezogen auf Erikson fordert GERSTER diesbezüglich, dass das Sachrechnen von der Zwangsjacke kleinschrittiger Unterweisung befreit werden muss. Vielmehr könnten komplexe Aufgaben mit unterschiedlichem Niveau (Spiralprinzip, Anm. Hofstetter) für vielfältige Lösungsmöglichkeiten, individuelle Anknüpfungspunkte und somit für eine gute Differenzierung sorgen. Außerdem sorgen von außen vermittelte Verfahren nicht für eine Vernetzung von Wissen und bringen kein Vertrauen in eigenes Lernen und Denken. (MOSER OPITZ 2002, 112ff; GERSTER 2004, 37f)

6.5 Die Untersuchung von Moser Opitz

Die Untersuchung von Moser Opitz soll hier stellvertretend für die empirische Forschung auf dem Gebiet des grundlegenden Erwerbs mathematischer Fähigkeiten und des Zahlbegriffs dargestellt werden. Sie untersuchte Kinder aus Sonder- und Vorschulklassen im Alter von 5;9 bis 8;3 Jahren. Sie untersuchte dabei zum einen die nummerischen Kenntnisse bei Schulbeginn und zum andern die Leistungsfortschritte unter dem Aspekt des aktiv-entdeckenden Lernens und mit der Problematik des Fingerrechnens. (vgl. Moser Opitz 2002, 123ff)

6.5.1 Untersuchungsfragen und Hypothesen

Der erste Teil ihrer Untersuchung ist eine populationsbeschreibende, der zweite eine hypothesenprüfende:

(1) Im ersten Teil fragte sie: „Welche nummerischen Kenntnisse bringen Kinder, die in die Klassen für Lernbehinderte [...] oder in Einführungsklassen eingeschult werden, bei Schulbeginn mit?“ (Moser Opitz 2002, 123)

(2) Im zweiten Teil sollte untersucht werden, welche Fortschritte Schülerinnen und Schüler, die nach dem aktiv-entdeckenden Lernen anhand des Zahlenbuchs unterrichtet wurden (erweiterter Zahlenraum bis 20 von Schulbeginn an und Arbeiten mit strukturierten Mengenbildern), im Vergleich zu Schülerinnen und Schülern machen, die nach herkömmlichen Methoden der heilpädagogischen Lehrmittel unterrichtet wurden. Dabei sollten zwei Hypothesen geprüft werden:

a) „Kinder, die im ersten Schuljahr einer Kleinklasse[4] für Lernbehinderte oder einer Einführungsklasse nach der Methode des aktiv-entdeckenden Lernens auf der Grundlage des Lehrmittels „Zahlenbuch“ unterrichtet werden, weisen einen grösseren Lernzuwachs bezüglich der mathematischen Leistungen auf als Kinder, die nach der traditionellen, in heilpädagogischen Lehrmitteln vorgeschlagenen Methode unterrichtet werden.“ (ebd., 124)
b) „Kinder, die nach der Methode des aktiv-entdeckenden Lernens auf der Grundlage des Lehrmittels „Zahlenbuch“ unterrichtet werden, verwenden beim Lösen von Additions- und Subtraktionsaufgaben weiniger Techniken des Fingerrechnens bzw. des verbalen Abzählens als Kinder, die nach der traditionellen, in heilpädagogischen Lehrmitteln vorgeschlagenen Methode unterrichtet werden.“ (ebd.)

6.5.2 Ergebnisse und Folgerungen

(1) Die Untersuchung brachte zwei zentrale Erkenntnisse bezüglich der ersten Fragestellung. Zum einen zeigten fast alle der beteiligten Kinder aus Sonderklassen höhere Leistungen bei nummerischen

[4] Der Begriff „Kleinklassen“ stammt aus der Schweiz und entspricht den Sonderschulklassen für Lernbehinderte in Deutschland.

Fähigkeiten als in den gängigen heilpädagogischen Konzepten zugrunde gelegt wird. Zum anderen waren die Leistungsunterschiede zwischen den Schülerinnen und Schülern enorm groß und umfassten teilweise den Unterrichtsstoff eines ganzen Schuljahres.

Dies bedeutet, dass die Schulanfänger keine „Tabula rasa" bezogen auf ihre mathematischen Fähigkeiten sind und der Unterricht somit die vorhandnen Mengenvorstellungen aufgreifen und ausdifferenzieren muss, anstatt diese von Grund auf zu erarbeiten. Auf Grund der genannten Heterogenität muss eine starke Individualisierung stattfinden. Ein kleinschrittiger Unterricht würde an vielen Schülerinnen und Schülern vorbeigehen. Ebenfalls dürfen die Schülerinnen und Schüler in ihrem Zählen nicht zurückgehalten werden. Dies ist um so bedeutsamer, als sie festgestellt hat, dass „kein einziges Kind überhaupt nicht zählt" (MOSER OPITZ 2002, 150). Einige pränummerische Übungen allerdings sollten bei Schülerinnen und Schülern, die diese noch nicht lösen können, durchaus gewichtet werden. Sie sollten aber nicht für alle verpflichtend sein und parallel zum Arbeiten mit Zahlen stattfinden. (vgl. ebd., 149ff)

(2) Bezogen auf die zweite Fragestellung wurde festgestellt, dass die Kinder, die nach der Methode des aktiv-entdeckenden Lernens mit dem „Zahlenbuch" unterrichtet wurden, einen höheren Lernzuwachs im Bereich „Zahlen kennen" und „strukturierte Mengenbilder" aufweisen konnten als die Vergleichsgruppe. Gleiches galt für das Anwenden von Fingerzählen bei einfachen Rechenoperationen.

Folgerungen:

- Es hat sich nicht negativ auf die überprüften Leistungen ausgewirkt, dass die pränummerischen Aufgaben in geringerem Umfang praktiziert wurden als in der Vergleichsgruppe.
- Der größerer Fortschritt im Bereich „Zahlen kennen" lässt sich laut MOSER OPITZ mit dem zugrundeliegenden didaktischen Vorgehen begründen, welches den Zahlenraum von Anfang an bis 20 erweitert. Auftretende Probleme im „Zahlen kennen" entstünden nämlich oft in höheren Zehnerbereichen, was an dem kleinschrittigen Vorgehen bis zehn läge.
- Aktiv-entdeckendes Lernen und das gezielte Erarbeiten von Mengenbildern zeigt Wirkung in den überprüften Bereichen und führt zu einem geringeren Anwenden von Fingerzählen bzw. lautem Abzählen.
- Lernbehinderte Schülerinnen und Schüler bzw. Schülerinnen und Schüler in Vorschulklassen sind durch das frühe Arbeiten mit Mengenbildern nicht überfordert.

(vgl. MOSER OPITZ 2002, 149ff)

7 Zusammenfassung und weiterführende Reflexion bezüglich des mathematischen Erstunterrichts bei Kindern mit körperlichen Behinderungen

In diesem Kapitel sollen nun die für den Zahlbegriffserwerb bedeutsamen Aspekte der oben dargestellten Entwicklung und Erkenntnisse im Wesensgehalt zusammengefasst und gleichzeitig deren Bedeutung für das mathematische Lernen von Kindern mit körperlichen Behinderungen erörtert werden. Diese Verbindung beider Aspekte halte ich hier für sehr sinnvoll, wenn nicht sogar für notwendig, da sich die Auswirkungen einer körperlichen Behinderung nicht auf einige wenige (Teil-)Aspekte des Zahlbegriffserwerbs beschränken, sondern stattdessen damit sehr fassettenreich verwoben sind. Soweit keine Besonderheiten im Hinblick auf das Arbeiten mit körperbehinderten Kindern explizit erwähnt werden, gelten die Aussagen natürlich ebenfalls für diese Schülergruppe.

7.1 Zahlbegriff

Das für einen umfangreichen Zahlbegriff notwendige Verständnis der natürlichen Zahlen in ihrer Rolle als Kardinalzahl, Zählzahl, Ordinalzahl, Maßzahl, Rechenzahl und Kodierzahl ist das Ziel der Zahlbegriffsentwicklung. Dies sind auch jene Aspekt, unter denen uns Zahlen im Alltag begegnen. Für den grundlegenden Zahlbegriff, wie er im mathematischen Erstunterricht vermittelt werden soll, ist jedoch der Zählzahl- sowie der kardinale Aspekt von vorrangiger Bedeutung. Der umfassende Zahlbegriff entwickelt sich allmählich und darf nicht als Voraussetzung für das frühe Mathematiklernen gelten.

7.2 Vorwissen der Kinder

Vielfache Untersuchungen haben gezeigt, dass Schulanfänger keine mathematische Tabula rasa sind. Sie verfügen über teils große nummerische Fähigkeiten schon bei Schuleintritt. Das gilt auch für Schülerinnen und Schüler mit einer Lernbehinderung. Diese Fähigkeiten sind noch sehr kontextgebunden, weshalb der Anfangsunterricht an dieser „Alltagsmathematik“ anknüpfen muss und der Weg zur Abstraktion sorgfältig beschritten werden muss.

Die Leistungen bei Schuleintritt unterliegen einer sehr großen Heterogenität. Das heißt zum einen, dass man den Zählvorgang nicht mit allen Kindern von Grund auf erarbeiten muss, zum anderen aber auch, dass jede Schülerin und jeder Schüler, auch ohne Vorkenntnisse, die Fähigkeit des Zählens erlernen können sollte. Um an die je verschiedenen Voraussetzungen anknüpfen zu können, muss der Lehrer die vorhandenen Fähigkeiten entdecken und daher über gute Kenntnisse der Zählentwicklung verfügen.

Die Leistungen der Schulanfänger liegen meist höher, als es von traditionellen heilpädagogischen Lehrbüchern vorausgesetzt wird, weshalb diese an den Bedürfnissen der Schülerinnen und Schüler meist vorbeigehen.

7.3 Pränummerische Übungen

Ein isoliertes Training von pränummerische Aufgaben ist keine hinreichende Bedingung für den Zahlbegriffserwerb und scheint auch keine notwendige zu sein. Moser Opitz spricht sich trotzdem für das Üben von einfacher Klassifikation, Seriation, Mengenvergleich und Eins-zu-Ein-Zuordnung aus (vgl. Moser Opitz 2002, 122). Die muss aber auf jeden Fall parallel und nicht vorrangig zum Arbeiten an konkreten nummerischen Inhalten stattfinden. Die von Piaget als zentral erachtete Invarianzvorstellung mag für den späteren Zahlbegriff wichtig sein, gilt aber nicht als Vorbedingung und sollte sich in mathematischen Kontexten entwickeln.

Die Mengenlehre, die solche pränummerischen Übungen als Vorbedingung zum Rechnen proklamiert, hatte sehr lange Einfluss auf die Unterrichtsplanung und hält sich in Teilen bis heute. Dies gilt im sonderpädagogischem Umfeld offensichtlich ganz besonders. Ein großer Fehler dieser Entwicklung ist es, die Arithmetik so weit zurückzustellen, bis die pränummerischen Operationen beherrscht werden.

7.4 Vorerfahrungen von körperbehinderten Kindern

Wenn man von einem Erfahrungsmangel bei Kindern mit einer körperlichen Behinderung spricht, darf man diese nicht mit einem Mangel an pränummerischem Verständnis, entsprechend der Mengenlehre, verwechseln. Vielmehr handelt es sich oft um mangelnde Möglichkeiten der Erkundungen der Umwelt im Kindesalter und um mangelnde Alltagserfahrungen, die für Kinder ohne körperliche Behinderung selbstständig gemacht werden können. Diese Erfahrungen beinhalten jegliche Bewegung in Raum und Zeit. So soll den Schülerinnen und Schülern ein ausgiebiger Umgang mit unstrukturiertem Material ermöglicht werden, womit auch mathematische Sachverhalte erkundet werden können. Dies beinhaltet auch jedes Spiel mit konkreten Dingen.

Dieser Erfahrungsmangel gilt selbst in höherem Alter nicht als manifestiert. Daher ist es eine (vor-)schulische Aufgabe, körperbehinderten Kindern diese realen Erfahrungen zu ermöglichen, da sie die Basis für abstrakte Denkprozesse bilden.

7.5 Der Zählprozess

Ein wichtiger Zugang zum Zahlbegriff, wenn auch nicht der einzige, ist der über das Zählen. Dies wurde in der Vergangenheit teils negiert, scheint heute aber ein sehr kindgerechter zu sein, weil er auf das Vorwissen der meisten Kinder aufbaut. Besonders für Lernbehinderte scheint dies ein gangbarer Weg zum Verständnis von Zahlen zu sein. Ziel des Zählprozesses ist immer die Feststellung der

Mächtigkeit einer Menge. Aus entwicklungspsychologischer Sicht ist das Verstehen der kardinalen Bedeutung der Zahlen das Ziel des Zählens.

Die größte Gültigkeit besitzt das Zählmodell „Prinzipien nachher". Hier versteht man den Zählprozess als eine Kombination aus den Prinzipien Sequenz (Aufsagen der Zahlwortreihe), Zählen (Ein-zu-Eins Zuordnung der Zahlwörter zu den Objekten) und kardinale Bedeutung (Letzte Zahl gilt als Angabe für die Menge). Da diese Einzelkompetenzen erst durch wiederholtes Anwenden koordiniert werden, entwickelt sich die konzeptuelle Kompetenz erst langsam. Dabei findet ein ständiges Wechselspiel zwischen der Weiterentwickelung von Kompetenz (knowing why) und Performanz (knowing how) statt. Die Absicht, etwas zählen zu wollen, ist der Antrieb und strebt durch die Prozesse der Akkomodation und Assimilation zur ständigen Verbesserung.

Bei diesem ständigen Kreislauf von Anwenden und Reflektieren muss den Schülern und Schülerinnen mit einer Körperbehinderung dort spezielle Unterstützung zuteil werden, wo sie ihr aktuelles, subjektiv gültiges Modell anwenden wollen. Die kognitive Weiterentwicklung müssen sie aber (wie Kinder ohne Behinderung) selbst leisten und darf ihnen nicht vorweggenommen werden.

Für alle Schülerinnen und Schüler im mathematischen Erstunterricht gilt, dass sie die Möglichkeit bekommen müssen, ihre bisherigen Denkwerkzeuge in einer Welt der Zahlen ausprobieren und mit ihren Vorerfahrungen in Verbindung bringen zu können. Kinder, die, aus welchen Gründen auch immer, nicht von sich aus zählen, sollen in dieser Umgebung dazu angeregt werden.

7.6 ERSTES RECHNEN

Über das Zählen gelangen die meisten Kinder zu ersten einfachen Rechenoperationen (einfache Additions- und Subtraktionsaufgaben). Diese erste Begegnung mit dem Rechnen kann als wichtige Erfahrung angesehen werden, birgt aber die Gefahr, dass vor allem lernschwache Schülerinnen und Schüler dies als einzige Strategie sehen und lange oder sogar dauerhaft zu zählenden Rechnern werden. Dies gilt als einer der wichtigsten Ursachen für Rechenschwäche. Ein weiterer Weg zur Lösung einfacher Aufgaben kann durch die Einsicht in die Struktur der Zahlen entstehen. Als wichtigste Erkenntnis gilt dabei das Teil-Ganzes-Prinzip. Daher wird empfohlen, von Anfang an parallel zur Weiterentwicklung des Zählens mit strukturierten Mengenbildern zu arbeiten, die diese Strukturen sichtbar werden lassen sollen.

Bei der Diagnostik von zählenden Rechnern mit einer Körperbehinderung kann es zu Schwierigkeiten kommen, da sie eventuell nicht wie üblich mit den Fingern oder Augen abzählen können, sondern dies innerlich tun oder anders zeigen. Dieses Problem kann aber auch eine Chance sein, wenn durch das Behindern des Zählaktes Nichtzählstrategien attraktiver für Menschen mit Körperbehinderung werden.

7.7 Aktiv-entdeckendes Lernen

Das Erlangen des Zahlbegriffs nach dem aktiv-entdeckenden Lernen erfolgt durch eigene Erfahrung mit und eigener Konstruktion von mathematischen Zusammenhängen. Dies soll ganzheitlich erfolgen, also nicht kleinschrittig und ohne Isolierung von Schwierigkeiten. Daher wird das Arbeiten im Zahlenraum bis 20 und die Verwendung von strukturiertem Material von Beginn des ersten Schuljahres an empfohlen. Außerdem sollen die Inhalte an bedeutsame Sachzusammenhänge geknüpft werden, was in unserem Fall die Lebenswelt eines körperbehinderten Kindes ist. Es soll im Spiralprinzip gearbeitet werden. Das bedeutet, dass eine reduzierte Anzahl von Inhalten auf unterschiedlichem Niveau immer wiederkehrt. Dabei soll möglichst immer mit dem gleichen Material gearbeitet werden, was eine hohe Flexibilität und Anpassungsfähigkeit des didaktischen Materials erfordert. Zwei Arten von „produktiven Übungsformen“ sind vorgesehen: Zum einen sollen mathematische Strukturen entdeckt, zum andern Sachverhalte mathematisiert werden.

Das Beschreiten von Irrwegen und das Machen von Fehlern wird als wichtiger Schritt im Lernprozess betrachtet und darf daher nicht sanktioniert werden, sondern muss als Lernanlass begriffen werden. Für Lernsoftware, aber auch für alle an eine Körperbehinderung angepassten Hilfsmittel bedeutet dies, dass sie das Fehlermachen auch zulassen müssen.

Das aktiv-entdeckende Lernen überfordert die meisten Schülerinnen und Schüler mit einer Lernbehinderung nicht, sondern hilft auch ihnen, bessere mathematische Leistungen zu vollbringen.

Gerade das aktiv-entdeckende Lernen stellt die Körperbehindertenpädagogik vor große Herausforderungen. Die Aufgabe des Lehrers liegt beim aktiv-entdeckenden Lernen nämlich darin, den Lernstoff so aufzubereiten und anzubieten, dass sich die Schülerinnen und Schüler in einem aktiven konstruktiven Prozess die mathematischen Kenntnisse aneignen können. Dies bedeutet für den Unterricht mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern, die Materialien so zu modifizieren, dass auch sie selbst aktiv mathematische Inhalte entdecken können. Dies wird allerdings dort schwierig, wo es darum geht, individuelle, teils unsinnige, Lösungswege zu gehen, da durch den Einsatz der Hilfsmittel die Gefahr besteht, zu enge Vorgaben zu machen. Vielleicht wird dieses Problem bei schwersten Bewegungsbeeinträchtigungen nie zur völligen Zufriedenheit lösbar sein. Auf jeden Fall sind hier große Anstrengungen und viel Kreativität notwendig.

7.8 Soziale Vermittlung

Der sozialen Vermittlung wurde, in Abgrenzung zum belehrenden Unterricht, lange Zeit zu wenig Beachtung geschenkt. Heute wird sie auch beim aktiv-entdeckenden Lernen und besonders bei Kindern mit Lernschwierigkeiten als wichtig und notwendig angesehen. Durch die soziale Interaktion kann die aktive Auseinandersetzung mit der Sache angeregt und Reflexion angebahnt werden. Zu der kommunikativen Auseinandersetzung gehört das Reden über Lösungswege und das mathematische Argumentieren. Gleichzeitig kann der Lehrer in diesem Dialog den Wissensstand der Schülerinnen und Schüler herausfinden und so gleichzeitig eine unterrichtsbegleitende Lernstandsdiagnose durchführen. Der Dialog darf jedoch das aktive Konstruieren nur unterstützen, niemals ersetzen.

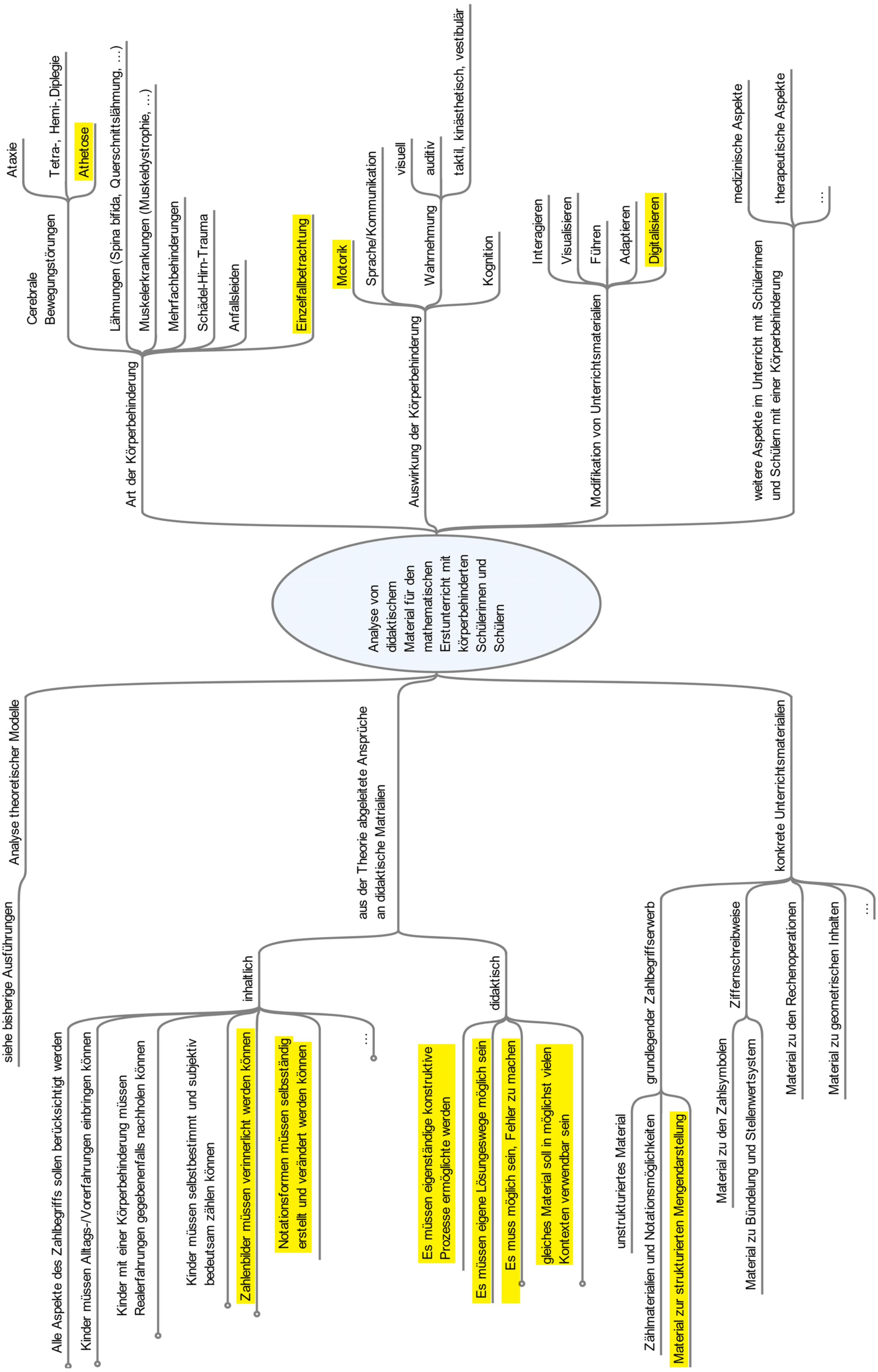
7.9 Anschauungsmaterialien

Der Begriff Anschauungsmaterial ist etwas irreführend. Es soll nämlich nicht der reinen Anschauung, also dem bloßen Lernen über die Wahrnehmung dienen, sondern vielmehr sollen damit aktive Handlungen vollzogen werden. Die Anschauung spielt dabei aber insofern eine wichtige Rolle, als dass Zahlen und Operationen an strukturierten Mengenbildern dargestellt werden sollen, mit dem Ziel der Verinnerlichung des Demonstrierten. So soll die Einsicht in Rechenstrategien und Strukturgesetze erreicht werden. Verinnerlicht werden sollen dabei aber nicht nur die Momentaufnahmen, sondern vor allem die Veränderungen. Das aktive Konstruieren und Manipulieren spielt also die zentrale Rolle, mit all den bereits beschriebenen Herausforderungen für Schülerinnen und Schüler mit körperlichen Behinderungen. Da das Material jedoch so konzipiert sein sollte, dass es im Zuge des Spiralprinzips immer wieder eingesetzt werden kann, ist die vielleicht aufwendige Modifikation in gewisser Weise auch lohnend.

8 Analyse von didaktischem Material für den mathematischen Erstunterricht mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern

Bei diesem Themenbereich handelt es sich um ein sehr weites und komplexes Feld. Dieses möchte ich im Folgenden an Hand einer Übersicht darstellen. Ich beschränke mich dabei auf Unterrichtsmaterialien speziell für den Mathematikunterricht d.h. es geht nicht um (therapeutische) Hilfsmittel allgemein oder um Freizeitmaterialien etc..

8.1 Übersicht



8.1.1 Anmerkungen zum Schaubild

Es folgen einige Anmerkungen zu den einzelnen Bereichen des oben dargestellten Schaubilds:

1. Die theoretische Fundierung, wie in den bisherigen Kapiteln dargestellt, bildet die Grundlage bei der Begutachtung von didaktischem Material.
2. Ausgehend von dieser Grundlage habe ich Ansprüche an das didaktische Material abgeleitet, welche im Schaubild nur als knappe Zusammenfassung erscheinen und lediglich die auf Unterrichtsmaterialien bezogenen Aspekte berücksichtigt (siehe auch u.a. Kapitel 7).
    a. Die Aufzählung der inhaltlichen Bereiche ist nicht abschließend, sondern betrifft nur die grundlegende Zahlbegriffsentwicklung. Im Laufe des mathematischen Erstunterrichts kommen noch weitere Themen hinzu.
    b. Die didaktischen Prinzipien umfassen lediglich jene Punkte, die sich auf Unterrichtsmaterialien beziehen. Dabei besitzen alle Punkte jederzeit Gültigkeit. Gleichzeitig ist davon auszugehen, dass nicht jedes Material allen Ansprüchen vollständig gerecht werden kann. Eine Ausgewogenheit sollte dadurch erreicht werden, dass je nach Unterrichtsinhalt unterschiedliche Materialienverwendet werden. Gerade im Hinblick auf schwere Bewegungsbeeinträchtigung ist möglicherweise, trotz großem Aufwand, nicht jeder Anspruch vollständig umsetzbar.
3. Bei der Aufzählung konkreter Materialien beschränke ich mich zudem auf die Anfänge des mathematischen Erstunterrichts.

Die bisherige Aufzählung umfasste ausschließlich mathematikdidaktische Aspekte, die nun durch die Problematik einer Körperbehinderung ergänzt werden.

4. Die grundlegende Frage ist die nach der Art der Körperbehinderung. Eine abschließende Aufzählung wird auch hier kaum möglich sein. In jedem Fall ist eine Einzelfallbetrachtung nötig, da innerhalb der Schädigungsform eine große Variabilität der Schwere der Ausprägung auftritt und darüber hinaus Kombinationen verschiedener Schädigungsformen möglich sind.
5. Jeder Bereich der Wahrnehmung, kann in je unterschiedlicher Schwere betroffen sein.
6. Wie können nun die didaktischen Materialien möglichst unter Berücksichtigung der genannten Ansprüche den Kindern mit einer Körperbehinderung zugänglich gemacht werden? Dieser Frage soll im nächsten Kapitel (8.2) ausführlicher nachgegangen werden.
7. Im Unterricht an der Schule für Körperbehinderte sind noch weitere Aspekte, wie z.B. Bewegungsförderung bzw. Verbindung von Therapie und Unterricht, zu beachten. Dies muss zwar durch die Gestaltung des Unterrichts Berücksichtigung finden, in der auch die Handhabung von Unterrichtsmaterial eine Rolle spielt, soll aber nur am Rande Bestandteil dieser Arbeit sein. Wichtig ist hierbei immer die Frage inwieweit der Umgang mit der eigenen Körperbehinderung unter therapeutischer Absicht in das Unterrichtsgeschehen bewusst

miteinfließen soll oder ob dieser Aspekt durch entsprechende Modifikation der Unterrichtsmaterialien möglichst ausgeblendet werden soll, damit die Schülerin oder der Schüler sich stärker auf den mathematischen Gehalt des Unterrichts konzentrieren können.

8.2 MODIFIKATIONSMÖGLICHKEITEN

In diesem Kapitel möchte ich der Frage nachgehen, welche prinzipiellen Möglichkeiten es gibt, didaktische Materialien den Schülerinnen und Schülern mit einer Körperbehinderung zugänglich zu machen. In der Literatur findet man meist nur Einzelfalldarstellungen, eine Art Kategorisierung konnte ich auch nach Rücksprache mit meinen Dozenten nirgends finden. Daher möchte ich einen eigenen Versuch wagen und stütze mich dabei auf Beobachtungen aus der Schulpraxis, auf Gespräche mit Lehrkräften und in Auszügen auf den bereits erwähnten Aufsatz von WIECZOREK. Bei den im Folgenden beschriebenen Kategorien, soll keine generelle Wertung stattfinden, vielmehr ist diese abhängig von der jeweiligen Situation bzw. von der didaktischen Absicht.

8.2.1 INTERAGIEREN

Das Interagieren ist eine Methode, die häufig dann angewendet wird, wenn ein Unterrichtsmaterial spontan verwendet werden soll. Dies konnte ich in der Praxis oft beobachten. Es handelt sich um Situationen in denen Schülerinnen und Schüler das Material nicht in der Ursprungsform handhaben können. In der Interaktion mit einem Assistenten soll dem Kind trotzdem ermöglicht werden, sich eingeschränkt aktiv mit dem Material auseinanderzusetzen. Assistenten können der unterrichtende Lehrer selbst, Unterrichtshelfer in der Klasse oder Mitschüler sein.

Eine Möglichkeit besteht darin, dass der Assistent im Sinne der Schülerinnen bzw. des Schülers handelt. Das heißt, dass dieser Anweisungen gibt, welche der Assistent ausführt. Bei einem Kind, das sprechen kann, „erweist es sich [außerdem] als günstig, dass das Kind die Handlung des Erwachsenen mit seiner ihm eigenen Wortwahl beschreibt“ (WIECZOREK 2005, 237). Bei jenen, die *nicht* sprechen, aber über mindestens zwei eindeutige Äußerungsmöglichkeiten verfügen, können Fragen formuliert werden, dass sie nur zwei Antwortmöglichkeiten zulassen. So kann auch diesen Schülerinnen und Schülern die Möglichkeit gegeben werden, selbst Einfluss auf das Geschehen auszuüben.

Dieser Methode ist zu Gute zu halten, dass sie flexibel, spontan und überall einsetzbar ist. Darüber hinaus ist eine sprachliche Auseinandersetzung mit mathematischen Inhalten auch im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens zu befürworten. Es bietet die Möglichkeit mathematische Problematiken aufzuzeigen und Reflektionen darüber einzuleiten (Reden über Lösungswege, mathematisches Argumentieren, etc.).

Eine Gefahr besteht darin, dass eine zu große Beeinflussung durch den Assistenten stattfindet, wodurch eigene (Irr-)Wege und Fehler, die gut und notwendig sind, eventuell nicht möglich werden.

Schon die Frage: „Soll ich das *wirklich* so machen?“ verrät schon einen Fehler. Vielleicht korrigieren Schülerinnen und Schüler in dieser Situation den Fehler nicht aus Einsicht, sondern deshalb weil sie dem Assistenten gefallen möchten. Geht man jedoch absichtlich einen falschen Weg, kann dies zu einer Diskussion über die Schuldfrage führen.

8.2.2 VISUALISIEREN

Eng verwandt und eventuell ein Teil des Interagierens ist das Visualisieren. Es bestehen jedoch entscheidende Unterschiede zum Interagieren. Außerdem ist das Visualisieren auch in Reinform anzutreffen.

Der Schüler ist hier meist als Zuschauer an der Unterrichtsituation beteiligt. Der Assistent führt jene Handlungen stellvertretend aus, die für das entsprechende didaktische Material vorgesehen sind und kommentiert diese gegebenenfalls. So kann es auch hier zu einem fruchtbaren Dialog, wie oben aufgezeigt, kommen. Entscheidend ist aber, dass der Schüler keinen Einfluss auf den Ablauf der Handlungen hat. Seine Rolle erstreckt sich in der reinen Reflexion.

Zwar würde das den entwicklungspsychologischen Auffassungen entsprechen, welche die reine Anschauung als zentralen Moment des Zahlbegriffserwerbs betrachten, dies wird jedoch spätestens seit Piaget als nicht ausreichend für die kognitive Entwicklung angesehen. Auch im Hinblick auf das aktiv-entdeckende Lernen gilt dies als unzulänglich. Aus heutiger Sicht muss jeder Aneignungsprozess zumindest teilweise durch aktive Konstruktion begleitet sein.

Allerdings betont WIECZOREK, Kinder erwerben auch „durch stellvertretend ausgeführte, beobachtete Handlungen Relationen und innere Vorstellungsbilder, die mathematisch bedeutsam sind“ (WIECZOREK 2005, 237). Sie bezieht sich dabei auf Lorenz 1997. (vgl. ebd.)

8.2.3 FÜHREN

Der Assistent unterstützt die Schülerin bzw. den Schüler beim Bedienen des (unveränderten) Materials durch konkretes Anfassen. Zum Beispiel führt der Assistent die Hand des Schülers beim Zählvorgang, um ihm so ein Antippen oder ein Wegschieben des Zählmaterials zu ermöglichen. Das Führen kann auch Bestandteil des Interagierens sein und in der Trainingsphase des Adaptierens bzw. Digitalisierens (siehe unten) zum Einsatz kommen.

Wie beim Interagieren kann hier das Problem der Beeinflussung durch den Assistenten, mit all den oben genannten Folgen, entstehen. Bei fehlender Greiffunktion kann diese Methode bis hin zu stellvertretenden Handlungen führen.

Positiv anzumerken ist hier die konkrete Auseinandersetzung mit dem ursprünglichen Material. Außerdem können Schülerinnen und Schüler auf diesem Wege ein Gefühl für diesen Bewegungsablauf bekommen. Über den Weg des schrittweisen Abbaus der Hilfen kann es zu einer Erhöhung der Selbstständigkeit kommen. Dies kann durch spezielle Anfasstechniken sowie durch handlungsbegleitende Unterstützung, wie sie z.B. das Bobath-Konzept bietet, unterstützt werden. Eine Gefahr könnte jedoch darin bestehen, dass der Fokus zu sehr auf der Überwindung der körperlichen Beeinträchtigung liegt und so vom mathematischem Inhalt abgelenkt wird.

Bei den bisherigen Methoden blieb das Material jeweils unverändert. Es wurde jedoch die Rolle der Schülerin bzw. des Schülers bei der Bearbeitung des Materials im Hinblick auf die eigentliche Art der Handhabung modifiziert. Im Folgenden sollen zwei Methoden dargestellt werden, bei denen das Material verändert wird, *damit* das Kind dieselben Operationen durchführen kann, die ursprünglich vorgesehen sind.

8.2.4 Adaptieren

Das Material wird verändert, soll aber in der Darstellungsweise und Handhabung prinzipiell erhalten bleiben. Wenn es also ursprünglich darum ging, beispielsweise ein Holzplättchen von a nach b zu bringen, soll das Ziel des Adaptierens darin bestehen, dass die Schülerin bzw. der Schüler genau dies eigenständig machen kann. Um dieses Ziel zu erreichen, ist jede Veränderungen des Materials denkbar. Unter anderem kann die Größe sowie Position und Lage verändert werden, es können auch beispielsweise Magnete, rutschfeste Materialien oder Greifhilfen angebracht werden. Der Kreativität und dem technischen Erfindungsreichtum sollen keine Grenzen gesetzt werden, um den individuellen Bedürfnissen gerecht zu werden.

Der Vorteil besteht darin, dass die didaktische Grundidee des Materials erhalten bleibt. Bei entsprechender Materialauswahl, ist das eigenständige Konstruieren, Ausprobieren und Scheitern möglich und kann somit den Ansprüchen des aktiv-entdeckenden Lernens gerecht werden.

Die Nachteile bestehen darin, dass eine individuelle Anpassung für eine bestimmte Person dazu führen kann, dass es für andere in dieser Art nicht verwendbar ist. Umso wichtiger scheint daher die flexible und vielseitige Verwendung des Materials für diese eine Person, damit sich dieser Aufwand „lohnt“. Trotz einer guten Anpassung spielt die Auseinandersetzung mit der Körperbehinderung eine große Rolle und kann daher ablenkend sein. Dies ist jedoch unvermeidlich, wenn manuell aktiv gehandelt werden soll. Bei schweren Beeinträchtigungen werden trotz großer Anstrengung höchstwahrscheinlich nicht alle didaktischen Prinzipien vollständig umsetzbar sein.

8.2.5 Digitalisieren

Das Digitalisieren kann als Unterform des Adaptierens angesehen werden, bei dem die Darstellung des Materials auf den Computerbildschirm übertragen wird. Die Steuerung erfolgt digital über entsprechende Soft- und Hardware. Entscheidend ist, dass die mathematischen Operationen, die damit ausgeführt werden, erhalten bleiben, auch wenn die Bedienung mittelbar wird, bezogen auf anfassende Handlungen.

Es besteht die Chance, dass die körperliche Beeinträchtigung stärker in den Hintergrund tritt und somit weniger vom inhaltlichen Arbeiten ablenkt, da meist auf bereits vorhandene Bedienungsweisen der Schülerin bzw. des Schülers zurückgegriffen werden kann. So kann dieselbe Art der Bedienung auch für unterschiedliche Unterrichtsmaterialien verwendet werden. Ein großer Vorteil besteht darin, dass eigene Handlungen ohne Einfluss von außen (Assistent) durchgeführt werden und so in den Grenzen des Materials eigene [Irr-]Wege beschritten werden können.

Leider sind die handelsüblichen Programme meist unbefriedigend an die gewünschten Unterrichtsinhalte angepasst. Außerdem wird bei diesen Programmen das Fehlermachen oft ausgeschlossen oder Kinder nutzen Mechanismen der Selbstkontrollen zur Fehlervermeidung – das Lösen von Aufgaben kommt so einem Ratespiel gleich. Dieses Problem wurde mir z.B. in Verbindung mit der weitverbreiteten Lernsoftware Budenberg berichtet.

Für die Bedienung der meisten auf dem Markt befindlichen Lernprogramme reichen meist einfache Computerkenntnisse aus.

8.3 (M)Ein exemplarischer Weg

Nun soll das in Kapitel 8.1 dargestellte Feld der Analyse didaktischen Materials für den mathematischen Erstunterricht mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern exemplarisch aufgezeigt werden. Dazu möchte ich auf die im dortigen Schaubild markierten Bereiche eingehen und konkret die Umsetzung des didaktischen Materials „20er-Feld“ für Kinder mit Athetose über den Weg der Digitalisierung beschreiben. Eine ausführliche Beschreibung des zu Grunde liegenden 20er-Felds ist in Kapitel 10.2.1 zu finden.

Warum 20er-Feld?

Dieses Unterrichtsmaterial hat eine große Bedeutung für den Zahlbegriffserwerb im Rahmen des aktiv-entdeckenden Lernens vor allem bezogen auf die Verinnerlichung von Zahlbildern (siehe Kapitel 6.3 und 6.4). Zusätzlich bietet es, auch im Sinne des Spiralprinzips, vielfältige Anwendungsmöglichkeiten. Es kann und soll ebenfalls von Anfang an als Notationsform des Zählens verwendet werden.

Warum Athetose?

Zum einen sei angemerkt, dass dieser Weg bei jeder Art von Behinderung, auf die je unterschiedliche Weise, gangbar sein sollte. Zum anderen, habe ich mich aber bewusst für Schülerinnen und Schüler mit Athetose entschieden, da ich bei dieser Gruppe in der Praxis oft sehen konnte, dass es eine ganz spezielle Herausforderung ist, befriedigende Hilfsmittel und Zugangswege zu adäquaten Lerninhalten bereitzustellen. Mehr dazu in Kapitel 9.

Warum digitalisieren?

Zusätzlich zu den in Kapitel 8.2.5 aufgeführten Vorteilen dieser Modifikationsmöglichkeit, spricht folgendes Argument für das Digitalisieren: Beim 20er-Feld bietet sich die mittelbare Bedienung durch den Computer an, da das Material an sich schon abstrakt ist. Daher soll dem eigenaktiven Handeln der Vorzug vor der manuellen Arbeit an dem Material gegeben werden, wenn dadurch das Entdecken eigener Wege und Fehler erreicht werden kann. Auch auf eventuelle Bewegungsförderung wird zu Gunsten der Konzentration auf mathematische Inhalte verzichtet.

Die in Kapitel 8.2.5 beschriebenen Probleme, möchte ich in der konkreten Umsetzung versuchen zu bewältigen.

Warum Motorik?

Da es in dieser Arbeit um den Unterricht mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern geht, soll die Motorik im Vordergrund stehen. Es wird jedoch nicht gelingen, andere Bereiche der Einschränkungen gänzlich außer Acht zu lassen.

9 DARSTELLUNG DER SCHÄDIGUNGSFORM ATHETOSE

Athetose bedeutet wörtlich: „ohne feste Stellung/ohne festen Halt“ (KALLENBACH 2006, 64). An dieser Stelle soll die Schädigungsform Athetose kurz dargestellt werden. Dabei konzentriere ich mich weitestgehend auf die Punkte, die für das Arbeiten mit didaktischem Material bedeutsam sind.

9.1 URSACHE

Bei Athetose handelt es sich um eine cerebral bedingte Bewegungsstörung, die meist durch eine Gehirnschädigung vor-, während- oder unmittelbar nach der Geburt entsteht. Man unterscheidet bei infantiler Cerebralparese (ICP) je nach Lokalisation und Auswirkung auf den Bewegungsablauf zwischen spastischer, ataktischer und dyskinetischer Form. Die Athetose zählt zu den dyskinetischen Formen.

Die Gehirnschädigung liegt bei Athetose in den Stamm- und Basalganglien im Bereich des Zwischenhirns und wirkt sich auf das extrapyramidale System aus.

Während die Nervenbahnen der bewussten Bewegungssteuerung die Pyramidenbahnen bilden, ist das extrapyramidale System vor allem für unwillkürliche Bewegungen zuständig. Letzteres befindet sich unterhalb des Cortexes und entzieht sich deshalb der bewussten Kontrolle. Da die Nervenstränge der Pyramidenbahn ebenfalls diese Bereiche durchlaufen, „greift [das extrapyramidale System] aber auch in die *Willkürmotorik* ein: So modifiziert es die bewusste Motorik und steuert den

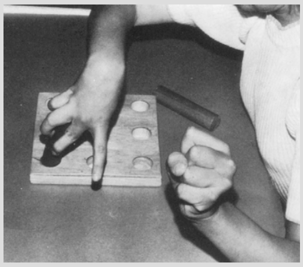
Muskelgrundtonus“ (HUCH 2007, 180). Daher sind beide Systeme aufs Engste miteinander verknüpft, sodass eine Schädigung im extrapyramidalen Bereich „die ungefilterte und mangelhafte Feinabstimmung der Bewegungsprogramme des Kortexes“ (THIELE 1999, 21) bewirkt.

(vgl. DELANK 2004, 38; HUCH 2007, 179f ;PSCHYREMBEL 2002; THIELE 1999, 21)

9.2 SYMPTOMATIK BEI ATHETOSE

9.2.1 MOTORIK

Die beschriebenen neuronalen Schädigungen bewirken eine abnorme Steuerung von Tonus und Koordination. KALBE (1981, 13) unterscheidet bei der Beschreibung der Motorik zwischen qualitativ (Eintönigkeit der Bewegung, Mangel an Variationen) und quantitativ (Überschuss an Bewegung [=Hyperkinese], unkontrollierter Wechsel zwischen Hyper- und Hypotonus). Dies wirkt sich auf eine mangelnde Kontrolle der Bewegungsabläufe aus, die kaum auf einzelne Körperregionen beschränkbar bleibt. Es entstehen sogenannte Massenbewegungen, die sich auch dort auswirken, wo sie ungünstig sind. So treten bei jeder willentlichen Bewegung auch sogenannte assoziierte Bewegungen auf, also Mitbewegungen solcher Körperbereiche, die eigentlich nicht an der gewollten Bewegung beteiligt sind. Diese verstärken sich bei größerer Anstrengung. Typisch ist dabei das Verkrampfen der zweiten Hand (siehe Bild). (vgl. KALBE 1981, 12ff)



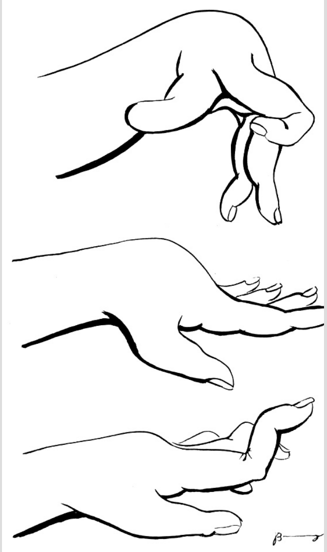
Assoziierte Bewegung bei einem Kind mit Athetose
(aus Kalbe 1981, 24)

Eine gut zusammenfassende Beschreibung der Auswirkungen dieser (Fehl-)Funktionen findet man bei DELANK (2004, 38): „Die Athetose ist gekennzeichnet durch langsame, nichtrhythmische wurm- oder schraubenartige Bewegungen, vor allem im distalen Extremitätenbereich, also an Händen und Füßen. Oft werden dabei die Gelenke hyperflektiert und hyperextendiert. Nicht selten sind choreatisch-athetotische Mischhyperkinesen“. Der choreatische Anteil bei einer Hyperkinese besteht dabei in einer ständig vorherrschenden Bewegungsunruhe. Vor allem bei der choreatischen Form ist die Kontrolle der Mimik eingeschränkt, was ein ständiges Grimassieren verursacht. (vgl. ebd.)

Die **Körperhaltung** soll hier kurz beschrieben werden, da sie zwar nicht direkt mit der Handhabung didaktischen Materials zusammenhängt, sich aber auf die gesamte (Fein-)Motorik auswirkt. Menschen mit Athetose fehlt es an Stabilität in Schulter und Beckengürtel, was eine Mittelstellung von Rumpf und Kopf erschwert. Für das manuelle Arbeiten ist eine Stabilisierung der Körperhaltung zu gewährleisten. (vgl. KALBE 1981, 27 und 67; BOBATH 1977, 47).

Selbstständiges **Gehen** ist bei Athetose nur selten und wenn dann erst sehr spät möglich. (vgl. BOBATH 1977, 66ff)

Bei Athetose ist oft nur der Gebrauch einer einzigen **Hand** möglich, dabei wird seltsamerweise in der Literatur meist ein bevorzugter Gebrauch der linken Hand beschrieben, was sich mit meinen eigenen Beobachtungen deckt. Oft wird beschrieben, dass nur durch Beugung der Wirbelsäule die Hände nach vorne gebracht werden können. Dabei ist die Faust geschlossen. Erst die Beugung des Handgelenks führt zur Öffnung der Hand. Dies ist sowohl für den Zählakt als auch für das Benutzen didaktischen Materials und für das manuelle Bedienen des Computers bedeutsam. Die assoziierten Bewegungen, die sich auf die Kopfbewegung auswirken, erschweren die Hand-Auge-Koordination. (vgl. ebd., 61ff)



typische Finger- und Handstellung bei Athetose *(aus Kalbe 1981, 27)*

KALLENBACH (2006, 65) beschreibt das gezielte Greifen als ein Problem bei athetotischer Bewegungsstörung. Im Widerspruch hierzu stehen meine Praxisbeoachtungen, bei denen nicht das Zielen das Problem zu sein schien, sondern die Kraftdosierung beim Greifen.

9.2.2 WAHRNEHMUNG

Eine athetotische Störung zieht sowohl kinästhetische als auch taktile Wahrnehmungsstörungen nach sich. Dies wirkt sich einerseits auf die Wahrnehmung des Körpers im Raum aus, andererseits führt eine beeinträchtigte Reizlokalisation zu einer gestörten Warnungs- und Schutzfunktion. Eine Folge davon ist eine erhöhte Abwehrreaktion auf Berührungsreize. Dies erschwert zusätzlich das Greifen und Ertasten von Gegenständen. Beide Sensibilitätsstörungen wirken sich auf das Erkennen von Bewegungsabläufen und somit auf Körpergefühl und Körperschema aus.

Hörbeeinträchtigungen treten gehäuft auf, in seltenen Fällen bis zu Hörverlusten.

Visuelle Beeinträchtigungen entstehen durch Koordinationsstörungen der Augenmuskeln, welche in die Massenmotorik miteinbezogen werden. Dies kann ebenfalls Auswirkungen auf die Motorik z.B. bei der Auge-Hand-Koordination haben.

(vgl. KALBE 1981, 33ff)

9.2.3 KOGNITION

In der Literatur findet man meist Aussagen über die kognitive Entwicklung allgemein bei ICP. KALBE gibt lediglich den Hinweis, dass „die geistige Entwicklung [..] bei athetotischen Formen meist günstiger [ist] als bei den spastischen“ (KALBE 1981, 27). Dies könnte daran liegen, dass die ursächliche Gehirnschädigung, wie oben beschrieben, nicht im Kortex lokalisiert ist. Eine organisch bedingte Beeinträchtigung der Kognition ist daher eher unwahrscheinlich. Hingegen ist eine kognitive Beeinträchtigung als Folge von Einschränkungen der Motorik und der Wahrnehmung (s.o.) denkbar.

Obwohl KALLENBACH bezogen auf die kognitive Entwicklung nicht zwischen den verschiedenen Formen von ICP unterscheidet, beschreibt er diese jedoch als sehr individuell und abhängig von Art und Schwere der Schädigung. Fehlende Entwicklungs- und Handlungsmöglichkeiten führen zu einem „Lernbasis-Defizit“ (KALLENBACH 2006, 72). Dieses wirkt sich durch eine verringerte spontane Lernmotivation und ein geringeres Lerntempo aus. Lernprozesse sind unregelmäßiger und durch Rückschritte beeinträchtigt. Das Vorstellungsvermögen, vor allem das räumliche, ist teilweise begrenzt. Außerdem zeigt sich eine mangelnde Flexibilität beim Ausdenken von Lösungswegen. Dies könnte gerade beim aktiv-entdeckenden Lernen zu Problemen führen. Gleichzeitig könnte diese Lernmethode auch genau diesem Problem entgegenwirken. Weiter ist „ihr Handeln [...] einerseits situationsgebunden und konkret statt reflexiv, andererseits aber auch begrenzt, wenn zur Aufgabenbewältigung praktisches intelligentes Handeln erforderlich ist“ (ebd., 73). Auch unter diesem Aspekt bietet das aktiv-entdeckende Lernen interessante Ansätze. Gleichzeitig unterstreicht dies auch die Bedeutung der Modifikation von didaktischem Material unter den Leitideen des aktiv-entdeckenden Lernens. Das ist um so eher der Fall, als KALLENBACH erwähnt, dass sich entwicklungspsychologische Faktoren durch ein entsprechendes Lernangebot positiv beeinflussen lassen und dass es auch Kinder gibt, die sich kaum bewegen und sprechen können und doch hoch intelligent sind.
(vgl. ebd., 71ff)

9.2.4 SPRACHE

Artikulations- und Sprechstörungen werden bei Athetose als besonders häufige Phänomene beschrieben, haben jedoch meist wenig Auswirkungen auf das Sprachverständnis (vgl. KALLENBACH 2006, 75).

Alle Organe, die eine Funktion für das Sprechen haben, sind betroffen und beeinträchtigen somit die Artikulation. Das Sprechtempo ist verlangsamt, die Lautstärke schwankend und die Stimme oft laut und gepresst. Aufgrund des Tonuswechsels kann der Redefluss abrupt abbrechen, was zu unpassenden Sprechpausen führt. (vgl. THIELE 1999, 24f)

Ein komplettes Fehlen der Sprache gilt bei cerebralen Bewegungsstörungen als eher selten.

9.2.5 INNENANSICHT

Christy Brown, ein Mann mit Athetose, beschreibt das Erleben seiner Behinderung wie folgt: „Ich schien von Bewegung geschüttelt zu werden, von wilden, unaufhörlichen, ruckartigen Bewegungen, die mich niemals freigaben, außer im Schlaf. Meine Finger verdrehten sich und zuckten beständig, meine Arme wanden sich nach rückwärts und oft schossen sie plötzlich in diese oder jene Richtung heraus, mein Kopf hing schlaff herab und baumelte zur Seite...“ (KALLENBACH 2006, 60)

9.3 Reflexion bezüglich der weiteren Arbeit

Wie in Kapitel 8.3 bereits erwähnt, stellt uns der Unterricht bei Schülerinnen und Schülern mit Athetose vor eine große Herausforderung, wenn es darum geht, ihnen angemessene Zugangswege zu passenden Lernmaterialien zu ermöglichen. Auf Grund der Art der Hirnschädigung und die daraus folgenden Auswirkungen ist gerade bei dieser Personengruppe häufig eine große Diskrepanz zwischen meist geringen kognitiven Beeinträchtigungen und hohen motorischen Einschränkungen u.a. beim manuellen Arbeiten vorhanden. (Eine Extremform dieser Erscheinung zeigt mein Einzelfallbeispiel Tilo.) Durch die kognitiven Stärken dieser Kinder besteht die unterrichtliche Aufgabe in erster Linie darin, ihnen „normale" Lernerfahrungen (im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens) zugänglich zu machen. Auf der anderen Seite stellen die passenden Lernmaterialien des mathematischen Erstunterrichts meist große Anforderungen an die manuelle Feinmotorik, wodurch sie für Kinder mit athetotischen Bewegungsformen ohne Hilfen oft nur schwer oder überhaupt nicht zu handhaben sind.

Ziel der Modifikation von didaktischem Material sollte sein, dass die Ablenkung durch die nicht gewollten Bewegungen, so gering wie möglich ist. Des Weiteren soll durch die Modifikation das selbstständige Arbeiten ohne Assistenten ermöglicht werden. Dadurch kann die Schülerin bzw. der Schüler auch längere Übungs- und Ausprobierphasen im individuellen Lerntempo selbstständig absolvieren. Denn möglicherweise sind die obengenannten Probleme, geringes Lerntempo und Lernrückschritte, nicht schädigungsbildimmanent sondern eine Folge eines nicht kontinuierlichen und im Tempo nicht angepassten Lernens.

Daher halte ich den Weg des Digitalisierens mit dem Ziel der eigenständigen Bedienung in diesem Zusammenhang für sinnvoll. Bei geringer Ausprägung der Bewegungsstörung könnte auch ein Adaptieren die genannten Anforderungen erfüllen. Da gleichzeitig meist nur eine Hand zum Greifen benutzt werden kann, halte ich eine Steuerung per PC in vielen Fällen für angebracht.

Das meist hohe Sprachverständnis von Menschen mit Athetose wäre eine gute Vorraussetzung für das Interagieren. Diese Modifikationsweise könnte also unter den in Kapitel 8.2.1 genannten Bedingungen bei Schülerinnen und Schülern mit Athetose ebenfalls Anwendung finden. Es ist dabei allerdings zu beachten, dass ihnen das Reden zum Teil schwer fällt und die oft verwaschene Artikulation eventuell peinlich sein könnte. Man würde die Schülerinnen und Schüler somit nicht gerade ihre Stärken zeigen lassen. Außerdem spricht gegen das Interagieren ebenso wie gegen das Führen die ständige Abhängigkeit von Assistenz.

10 Konkrete Umsetzung

10.1 Einzelfallbeschreibungen

Beide Personen, die im Folgendem beschrieben werden, kenne ich aus meiner praktischen Arbeit und beide haben eine athetotische Bewegungsstörung. Sie sind zwar bezogen auf ihre kognitive Entwicklung lange nicht mehr mit der grundlegenden Zahlbegriffsentwicklung beschäftigt, trotzdem soll im Rahmen dieser Arbeit ihre Art der Bedienung des Computers beispielhaft sein, für Menschen mit schwerer Athetose.

10.1.1 Kathrin[5]

Kathrin besucht eine Abschlussklasse im Förderschulbereich einer Schule für Körperbehinderte. Dort zeigt sie im Klassenvergleich gute schulische Leistungen. Auf Grund ihrer eingeschränkten Fähigkeiten der Haltungs- und Bewegungskontrolle, bewegt sie sich mit einem Elektrorollstuhl fort, den sie selbst bedienen kann. Bei manuellen Tätigkeiten treten Probleme der Hand-Auge-Koordination auf. Es ist ihr eine Hilfe, den rechten Arm zu überstrecken. In dieser Haltung ist ihr das Bedienen der Computertastatur sowie eines „Delta-Talkers“ möglich. Diesen Talker benutzt sie zur Kommunikation, da sie ohne lediglich „Ja“ und „Nein“ ausdrücken kann. Bezogen auf ihr Sprachverständnis konnte ich keine Beeinträchtigung feststellen.

Die Rollstuhlsteuerung ist über ein Infrarotgerät mit dem Computer verbunden, so dass sie diese auch als Computermaus benutzen kann.

10.1.2 Tilo[5]

Tilo ist seit einigen Jahren im Förder- und Betreuungsbereich einer Werkstatt für behinderte Menschen. Seine körperlichen Beeinträchtigungen sind weitaus größer als jene bei Katrin. Bei der Fortbewegung im Rollstuhl ist er auf fremde Hilfe angewiesen. Bei willentlichen Bewegungen zeigt er sehr starke assoziierte Bewegungen und häufige Massenbewegungen. Seine Hände und Füße kann er meist nicht gezielt einsetzen. Er kommuniziert über ein kompliziertes Verfahren, welches nur vertraute Personen mit ihm nutzen können. Dabei werden die Buchstaben in einer speziellen Weise vorgesprochen und durch Blickkontakt signalisiert er, welchen Buchstaben er verwenden möchte. Sein Schreibprogramm bedient er über einen einzigen Schalter, den er mit dem Kopf bedient. Für seine Texte die er am PC schreibt braucht er sehr lange. Diese sind geprägt von einem sehr elaborierten Sprachgebrauch. Wie bei Katrin konnte ich keine Beeinträchtigung des Sprachverständnises feststellen.

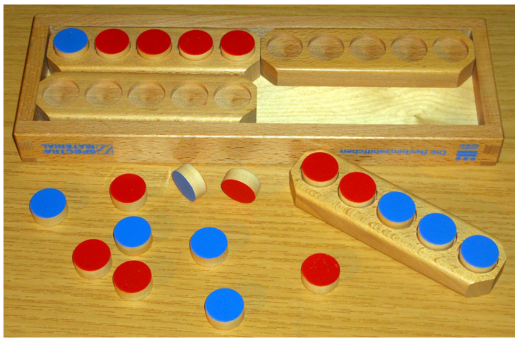
[5] Name geändert

Bei Tilo werden zur Zeit zwei Versuche unternommen, um herauszufinden, wie die Bedienung des Computers verbessert werden kann. Zum einen könnte ein zweiter Schalter seine Schreibgeschwindigkeit erhöhen (siehe Scanning, Kapitel 10.2.3). Zum andern soll versucht werden, dass er eine spezielle Computermaus bedienen kann.

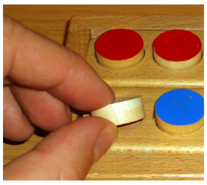
Die Art und Weise den Computer zu bedienen wie sie in den beiden Fallbeispielen dargestellt wurde, soll in die weitere Betrachtung miteinfließen.

10.2 Modifikation von Material zur strukturierten Mengendarstellung, Beispiel: 20er-Feld

10.2.1 Ursprüngliche Handhabung

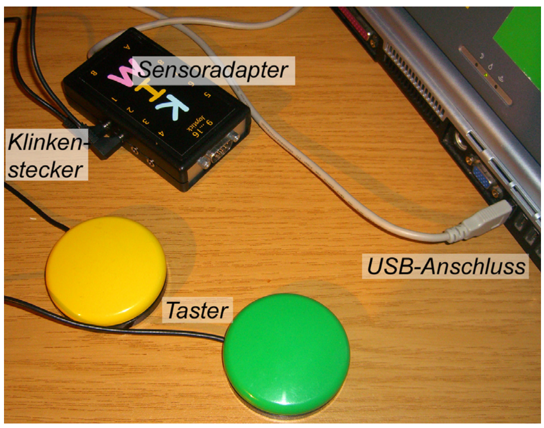


Bei der konkreten Umsetzung dienen die „Rechenschiffchen" des Spectra-Verlag Essen als Vorlage. Dieses Material verwirklicht das 20er-Feld aus Kapitel 6.4. Es besteht aus 20 Holzscheibchen, die auf der einen Seite rot auf der anderen Seite blau sind, aus vier „Schiffchen" mit je fünf Vertiefungen und aus einem



Rahmen, der alle Schiffchen umfasst (siehe Bild). Kinder können die Scheibchen mit der Hand umdrehen, um dadurch Anzahlen darzustellen. Es können individuelle Anordnungen und somit eine Vielzahl an Zahlenbildern erstellt werden. Durch das Herausnehmen der Schiffchen kann dieses Material auch als 5er-, 10er- bzw. 20er-*Reihe* genutzt werden. Diese hier beschriebenen manuellen Handlungen sind für die beiden Personen aus den Fallbeispielen nicht möglich.

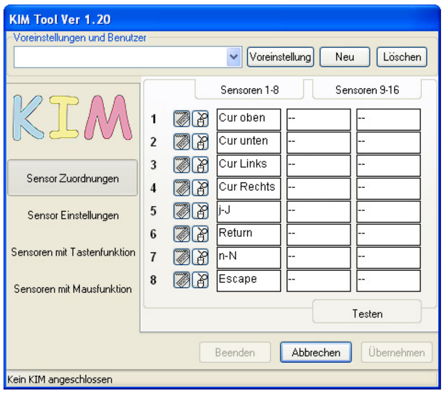
10.2.2 Hardware



Menschen mit großen Bewegungsbeeinträchtigungen, wie z.B. Tilo, benutzen zur Steuerung des Computers und anderer Geräte sogenannte **Tastsensoren**, kurz Taster. Diese sind einfache Schalter, die bei Betätigung durch Drücken einen Stromkreis schließen. Der Anschluss erfolgt über einen weitverbreiteten 3,5 mm-Mono-Klinkenstecker. Es gibt sie in unterschiedlichsten Größen, Formen und Bedienvarianten, je nach Art und

Schwere der Bewegungsbeeinträchtigung. In unserem Fall werden zwei sogenannte „Buddy Button“ der Firma Reha-Vista GmbH Berlin verwendet.

Damit diese Taster an den Computer angeschlossen werden können, benötigt man eine spezielle Schnittstelle, ein sogenanntes Interface oder zu deutsch einen **Sensoradapter.** Über den USB-Anschluss des PCs und über die Klinkenstecker der Taster verbindet der Sensoradapter diese beiden Komponenten. Ein Programm ermöglicht eine individuelle Tasterbelegung. Dies bedeutet, dass festgelegt werden kann, was ein Druck des Tasters auslösen soll. Es kann sich dabei um eine spezielle Funktion der Scanningsoftware (siehe unten) oder um jede beliebige Taste auf einer Computertastatur handeln. In unserem Fall wird der „KIM Sensoradapter USB“ der Firma Reha-Vista GmbH, Berlin verwendet.

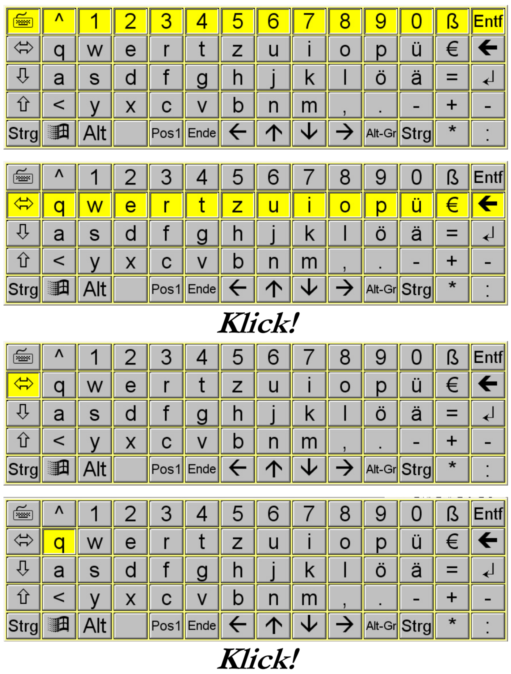


Für Katrin ist eine spezielle **Joystickmaus** mit festem Stand, robuster Bauweise und großflächiger Bedienung vorgesehen. In unserem Fall wird die „Tastenmaus Typ Speedy“ der Firma Gorlo & Todt GbR in Velbert verwendet, die Katrin selbst schon benutzt hat. Sie ist mit einer Hand vollständig bedienbar. Auch Doppelklick und andere Mausfunktionen sind möglich.

10.2.3 Scanning -Software

Voraussetzung für die Bedienung einer Tastatur über ein bzw. zwei Taster ist eine sogenannte Scanningsoftware. Die Anwendung dieser Software wird am Beispiel einer Bildschirmtastatur erläutert:

1. Die erste Zeile der Bildschirmtastatur wird ausgewählt.
2. Mit einem Taster oder durch eine Automatikfunktion auf Zeit kann die nächste Zeile ausgewählt werden.
3. Danach erfolgt die Auswahl der gewünschten Taste auf dieselbe Art und Weise.
4. Nach dem Schreiben des entsprechenden Buchstabens, beginnt der Prozess wieder von vorne.
5. Der Vorgang wird solange wiederholt bis der Text vollendet ist.



Diese Funktionsweise wird meist bei Bildschirmtastaturen verwendet ist aber prinzipiell auf alle Schaltflächen des Computers übertragbar. In unserem Fall wird die „Altus Pro Bildschirmtastatur“ der Firma Komma GmbH Berlin verwendet, die ein Scanningprogramm beinhaltet.

10.2.4 GeneSiS

Für die Umsetzung des 20er-Felds durch Digitalisieren empfehle ich das Computerprogramm GeneSiS. Diese Software entstand durch folgende Problematik:

(Körper-)„Behinderte Kinder sind oft nicht in der Lage, herkömmliche Brettspiele zu spielen, da ihre motorischen Fähigkeiten eingeschränkt sind. Leider werden nur wenige Spiele speziell für Behinderte angeboten, da der Markt relativ klein ist. Außerdem sind diese Produkte meist sehr teuer. Dies trägt dazu bei, dass bestimmte Barrieren für Behinderte nicht abgebaut werden können und ihnen positive Spielerfahrungen verschlossen bleiben.“ (www.efi.fh-nuernberg.de/genesis/ 23.05.07)

Bildquelle: http://www.efi.fh-nuernberg.de/genesis/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=72&Itemid=99 [23.05.07]

Es folgte die Idee der Entwicklung eines speziellen "Mensch ärgere Dich nicht" durch das Centrums für interdisziplinäre Gesundheitsförderung an der Georg-Simon-Ohm-Hochschule in Nürnberg. Später folgten weitere Spiele. Ziel dieses Projektes war es, Spielfreude für Menschen mit einer Körperbehinderung zu ermöglichen. Dies sollte möglichst kostengünstig und ohne Profitabsicht umgesetzt werden.

Es entstand schließlich GeneSiS - **Gene**rator und **Si**mulator für **S**piele, Tests und Übungen. Dieser besteht aus folgenden zwei Komponenten:

- **Der Simulator (OSim)**

  Dies ist das Computerprogramm zur Ausführung vorprogrammierter Spiele. Das Spielfeld kann dabei auf jeden Computermonitor oder Beamer projiziert werden. Bedienbar sind alle Spiele entweder mit einer Tastatur, einer Maus oder mit speziellen Tastern (siehe Hardware). Je nach Komplexität der Bedienung sind nur wenige Taster nötig.

  Beispiel Mensch ärgere dich nicht: Eine Taste betätigt den Würfel, der durch das Zufallsprinzip eine Zahl zwischen eins und sechs auswählt. Eine weitere Taste wählt das gewünschte Männchen aus. Mit der nächsten Taste wird diese Spielfigur pro Tastendruck um ein Feld vorgerückt. (Auf spielerische Weise kann hiermit das Zählen geübt werden.) Schummeln ist genauso möglich wie das Rausschmeißen eines Mitspielers.

Bildquelle: http://www.efi.fh-nuernberg.de/genesis/index.php?option=com_docman&task=cat_view&gid=72&Itemid=99 [23.05.07]

♿ **Der Anwendungsgenerator (OGen)**

Das "kreative Element" (www.efi.fh-nuernberg.de/genesis/ 23.05.07) der Genesis-Software ist der Generator, ein Programm zum Erstellen von Spielen oder anderen Anwendungen, die später mit dem Simulator ausgeführt werden können. Die Grundphilosophie besteht darin, dass jedes Spiel auf Felder, bewegliche Elemente und Spielzüge zurückgeführt werden kann. Es können eigene Bilder und Grafiken eingebaut werden. So könnten z.B. individuelle Lernspiele generiert werden.

Laut Projektgruppe sei die Modifikation und Erstellung neuer Programme auch für Leihen machbar. Ich muss jedoch anmerken, dass es mir als ein Vertreter der Computergeneration, auch nach längerem Ausprobieren nicht gelungen ist, die Art der Programmierung so weit zu erlernen, dass ich in der Lage gewesen wäre, eine eigene Anwendung zu erstellen. Daher konnte ich die endgültige Umsetzung des 20er-Felds nicht vollenden, jedoch werde ich detailliert beschreiben, wie diese Anwendung programmiert werden müsste.

Zur Anwendung von GeneSiS genügt das Starten des Simulators und die Verwendung der vorhandenen Spiele.

Ein Grund weshalb sich GeneSiS für die Modifikation durch Digitalisieren sehr gut eignet, besteht darin, dass es sich um kostenlos verfügbare Software handelt, die beliebig erweitert und ergänzt werden kann, was von den Erfindern sogar erwünscht ist. Außerdem ist es ideal für Menschen mit schweren Körperbehinderungen, da jeder denkbare Taster zur Bedienung verwendet werden kann. Das einzige Hindernis stellt das oben beschriebene Problem der Programmierung dar. Für die spätere Arbeit mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern würde es sich meines Erachtens jedoch lohnen, sich einmal in diese Programmierung einzuarbeiten.

In diesen Zuge möchte ich noch erwähnen, dass die vielfältigen Spielerfahrungen, die GeneSiS auch schwer körperbehinderten Menschen ermöglicht, einen großen Gewinn darstellen kann.

10.2.5 Programmierung/Anschlüsse

Bei der Programmierung des 20er-Felds mit dem Generator von GeneSiS, empfiehlt es sich auf ein vorhandenes Spiel zurückzugreifen (z.B. Mensch ärgere dich nicht), anstatt ein komplett neues Spiel zu kreieren, da man auf diese Weise vorhandene Abschnitte der Programmiersprache übernehmen kann.

Bei dem Generieren des 20er-Felds orientiere ich mich an der Funktionsweise der Rechenschiffchen, allerdings ohne die Möglichkeit, die Schiffchen einzeln zu verschieben. Es werden dazu 20 Felder mit 5er- und 10er-Teilung angelegt, jedes dieser Felder wird mit zwei möglichen Zuständen belegt: rot oder blau. Zusätzlich sollen zur Steuerung des Programms drei Navigationstasten angelegt werden: „Neues Feld“, „Drucken“ und „Beenden“.

Steuerung bei Zwei-Tasten-Bedienung:

Die Tastaturtaste „Leerzeichen“ wird mit der Funktion „weiterrücken des Auswahlrahmens“ belegt. Taste „Return/Enter“ je Feld:

- bei einem Plättchen → ändert die Farbe (rot oder blau)
- bei der Navigationstaste „Neues Feld“ → öffnet darunter ein neues Feld
- bei der Navigationstaste „Drucken“ → sendet Druckauftrag zum Standarddrucker (kein Menü öffnen sondern direkt drucken)
- bei der Navigationstaste „Beenden“ → beendet den Osim

Danach werden an Buchse 1 und 2 des Sensoradapters je ein Taster angeschlossen. Über den Gerätetreiber des Sensoradapters (muss installiert werden), wird die Buchse 1 mit der Tastaturtaste „Leerzeichen“ und die Buchse 2 mit „Return“ belegt.

Steuerung bei Ein-Tasten-Bedienung:

Die Funktion „weiterrücken des Auswahlrahmens“ wird durch ein automatisches Weiterrücken nach einem bestimmten voreingestellten Zeitraum übernommen. Die Belegung der Taste „Return/Enter“ erfolgt wie bei der Zwei-Tasten-Bedienung. Der Anschluss am Sensoradapter erfolgt ebenfalls auf die gleiche Weise wie bei der Zwei-Tasten-Bedienung. Lediglich auf den Taster in Buchse 1 wird verzichtet .

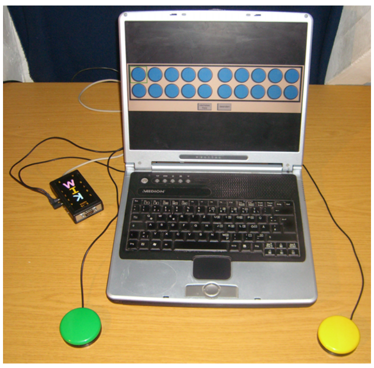
Steuerung mit der Computermaus:

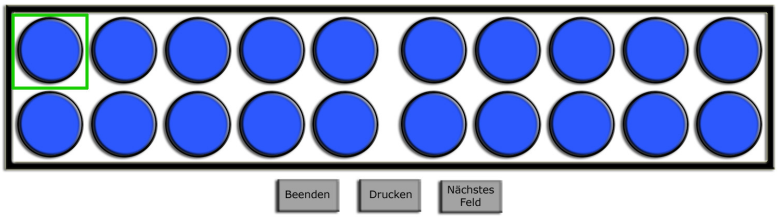
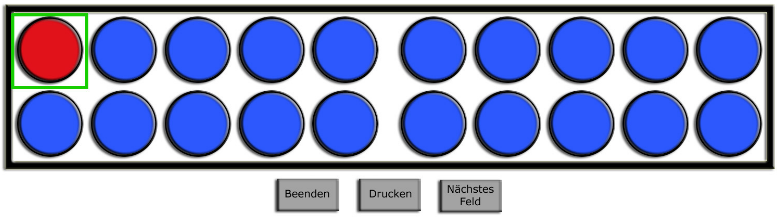
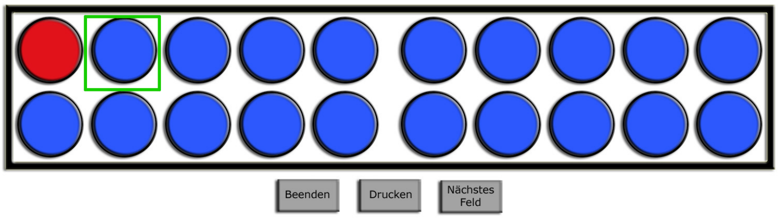
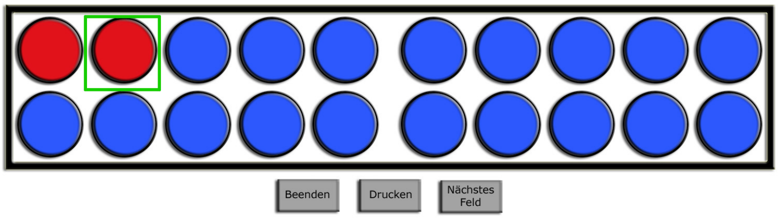
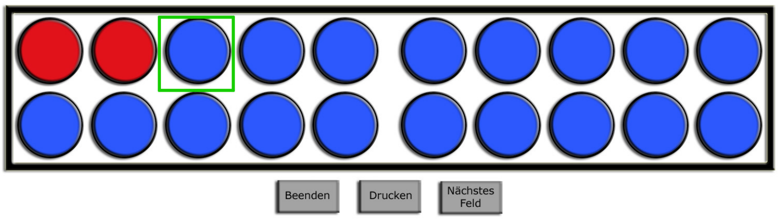
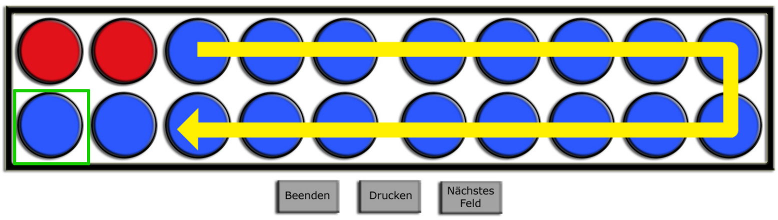
Bei der Bedienung mit einer Computermaus gibt es keinen Scanningrahmen. Die Funktionen der einzelnen Felder entsprechen jenen der oben beschriebenen Zwei- bzw. Ein-Tasten-Bedienung. Diese Funktionen werden hier durch ein Klicken mit der Computermaus auf die entsprechenden Felder ausgelöst.

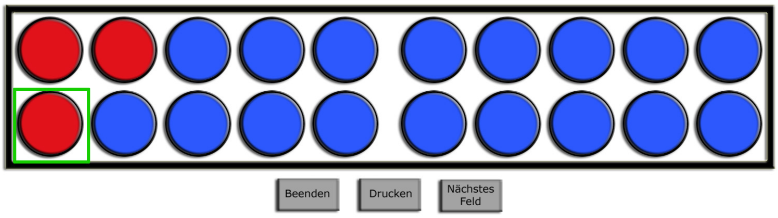
Der Anschluss der Joystickmaus erfolgt je nach Modell über den USB- bzw. ps2-Anschluss des Computers.

10.2.6 Funktionsweise

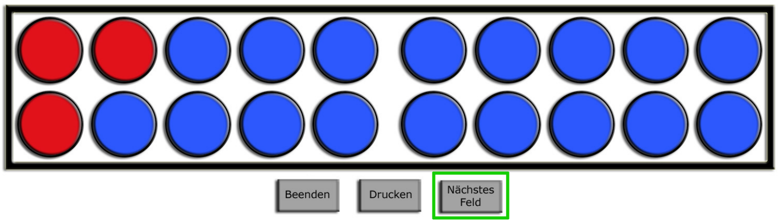
Durch ein Programm, das wie oben beschrieben eingerichtet wurde, ist es nun möglich jede Variante von roten und blauen Punkten innerhalb des vorgegebenen 20er Feldes darzustellen. Im Folgenden soll nun beispielhaft die Funktionsweise des Programms mit Ein- und Zwei-Taster-Bedienung bei der Aufgabe, ein individuelles Zahlbild der Drei zu erzeugen, ausführlich dargestellt werden.

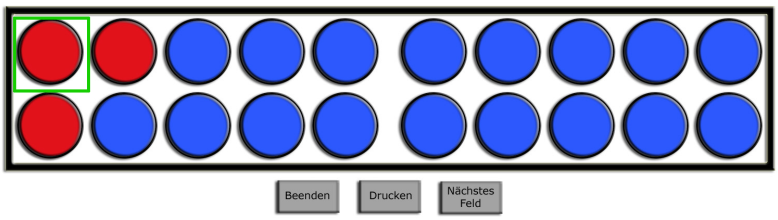


Darstellung am Bildschirm	Zwei-Taster-Bedienung	Ein-Taster-Bedienung
	*Ausgangslage:* Scanningrahmen auf erstem Feld	*Ausgangslage:* Scanningrahmen auf erstem Feld
	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Plättchen wird rot	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Plättchen wird rot
	*Tätigkeit:* Klick Taster 1 *Ergebnis:* Scanningrahmen auf dem nächsten Feld	*Tätigkeit:* Automatische Schaltung nach Zeit *Ergebnis:* Scanningrahmen auf dem nächsten Feld
	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Plättchen wird rot	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Plättchen wird rot
	*Tätigkeit:* Klick Taster 1 *Ergebnis:* Scanningrahmen auf dem nächsten Feld	*Tätigkeit:* Automatische Schaltung nach Zeit *Ergebnis:* Scanningrahmen auf dem nächsten Feld
	*Tätigkeit:* Klick Taster 1 mehrmals *Ergebnis:* Scanningrahmen auf gewünschtem Feld	*Tätigkeit:* Automatische Schaltung nach Zeit mehrmals *Ergebnis:* Scanningrahmen auf gewünschtem Feld

	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Plättchen wird rot	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Plättchen wird rot

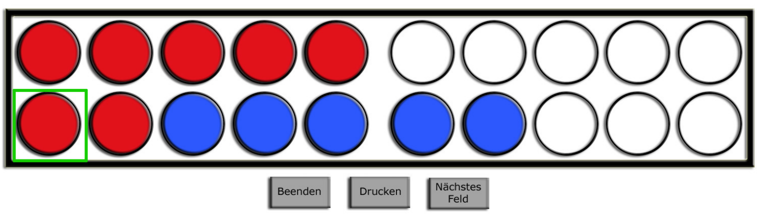
Nachdem der Scanningrahmen alle Plättchen passierte, springt er weiter auf die Navigationstasten:

	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Das erzeugte Feld bleibt stehen und ein neues darunter wird geöffnet.	*Tätigkeit:* Klick Taster 2 *Ergebnis:* Das erzeugte Feld bleibt stehen und ein neues darunter wird geöffnet.
Entsprechend bei „Drucken" und „Beenden"		

	Wenn alle 22 Felder durchgescannt sind, beginnt das Scanning wieder beim ersten Feld.

Variationsmöglichkeiten:

a) Jedes Feld könnte mit drei Funktionen belegt werden. Somit könnte ein zusätzlicher Zustand „leeres Feld" erzeugt werden. Dies hätte zum einen eine große Steigerung der Einsatzmöglichkeiten aber auch eine starke Zunahme der Komplexität der Bedienung. Ein Anwendungsbeispiel wäre die Darstellung von sieben plus fünf:



b) Durch eine andere Anordnung der Punktfelder, könnte eine wie in Kapitel 6.4 beschriebene Zwanzigerreihe mit gleicher Funktionsweise erzeugt werden.

10.2.7 Mögliche Anwendungsbereiche

Aktivität	Lernziel(e)
Zählen und u.a. im 20er-Feld notieren	Notationsformen kennenlernen, Zahlbilder verinnerlichen
Möglichst viele verschiedene Darstellungsweisen einer Zahl erzeugen	Zahlbilder verinnerlichen, Einsicht in die Struktur der Zahlen
Zahlen als Zusammensetzung von zwei oder mehreren Zahlen darstellen	Einsicht in die Struktur der Zahlen (vor allem Teil-Ganzes-Prinzip) Vorübung zum Kopfrechnen
Einfache Additionen und Subtraktionen am 20er-Feld darstellen/ausführen	Einsicht in Rechenvorteile und Zehnerübergänge, Vorübung zum Kopfrechnen

Weitere Bereiche sind denkbar. So wird das 20er-Feld in vielen der heute gängigen Schulbüchern als didaktisches Material vorgeschlagen. So z.B. in: Das Zahlenbuch, Klett-Verlag oder WELT DER ZAHL, Schroedel-Verlag (beide für Baden-Württemberg zugelassen).

Ebenso findet man im Bildungsplan der Grundschule für Baden-Württemberg viele Anwendungsmöglichkeiten:

„KLASSE 2

1. LEITIDEE: ZAHL

Die Schülerinnen und Schüler können

- Zahlen lesen, sprechen und darstellen;
- sich Zahlen mithilfe didaktisch strukturierten Materials vorstellen;

[...]

- Zahlen vergleichen, strukturieren und zueinander in Beziehung setzen;

[...]

- Zusammenhänge zwischen den Grundrechenarten erkennen;

[...]

- Rechenwege nachvollziehbar darstellen und erklären;“

(Bildungsplan für die Grundschule 2004, 58)

„KLASSE 4

1. LEITIDEE: ZAHL

Die Schülerinnen und Schüler können

- Zahlen lesen, sprechen und darstellen;
- die Struktur des Zehnersystems bei Zahldarstellungen anwenden;
- Zahlen vergleichen, strukturieren und zueinander in Beziehung setzen;“

(ebd., 60)

10.3 Bewertung

Ein Ergebnis der Überlegungen zur konkreten Unsetzung liegt darin, dass es wirklich machbar scheint, auch wenn dies mit einigem Aufwand verbunden wäre. Die vorgesehene Bedienung per Scanningmethode ist für viele Schülerinnen und Schüler mit großen Bewegungsbeeinträchtigungen nichts Neues. Dadurch wären sie schnell in der Lage, das digitalisierte Material zu benutzen. Darüber hinaus wäre ihnen der Zugang zu allen diesbezüglichen Lernmöglichkeiten eröffnet. Durch die Funktion des Druckens wird es möglich in der Klasse über die Arbeitsergebnisse zu diskutieren, die andere Kinder, vielleicht mit dem unveränderten 20er-Feld, erstellt und abgemalt haben. Dies könnte ein Beitrag zur sozialen Anregung im Sinne des aktiv-entdeckenden Lernens sein.

Leider könnten die Schülerinnen und Schüler durch die Vorgabe der oben gezeigten Scannrichtung hin zu einer linearen Darstellung der Zahl beeinflusst werden. Sie sind daher nicht völlig frei in ihrem entdeckenden Lernen. Da genau dies ein zentraler Punkt des aktiv-entdeckenden Lernens darstellt, bin ich sehr enttäuscht über dieses Ergebnis. Allerdings werde ich wohl akzeptieren müssen, dass man auch bei noch so großen Anstrengungen an Hürden stößt, die eine schwere Körperbehinderung mit sich bringt. Vielleicht können auch diese Grenzen durch technische oder methodische Entwicklungen zukünftig überwunden werden. Bis auf weiteres muss man sich jedoch damit zufrieden geben, die Lernmöglichkeiten und den Aktionsradius der betreffenden Schülerin bzw. des entsprechenden Schülers ein Stück weit erweitern zu können.

Dem genannten Problem der einseitigen Beeinflussung hin zu einer alleinigen Anordnungsweise, könnte entgegengewirkt werden, durch die soziale Anregung im Klassenverbund, in dem weitere Darstellungsmöglichkeiten kennengelernt werden können.

10.4 Weitere Anmerkungen zur konkreten Umsetzung

10.4.1 Zum Zählen

Im Gegensatz zur Arbeit mit dem 20er-Feld sollte beim Zählen zumindest anfänglich nicht auf die manuelle Beschäftigung mit konkretem Material verzichtet werden. Grundsätzlich sollte jedes Kind auch mit schweren körperlichen Behinderungen das Zählen anhand konkreten (Alltags-)Materialien erlernen, da dies eine grundlegende Erfahrung beim Erwerb eines fundierten Zahlbegriffs darstellt. Bei der Auswahl dieser Materialien ist in besonderer Weise der Erfahrungsraum eines *körperbehinderten* Kindes zu beachten. Dieses Zählen sollte, auch wenn dies ein großer Aufwand bedeutet, unmittelbar durch z.B. Antippen oder Wegschieben eines konkreten Materials erfahrbar werden. Dazu wäre die Methode des Führens in Kombination mit dem Interagieren meines Erachtens am besten geeignet.

Später kann zum Zwecke des effizienteren Zählens eine eher mittelbare Methode gewählt werden wie z.B. das Visualisieren, Adaptieren oder Digitalisieren.

Bei der Umsetzung sind die bereits erwähnten Aspekte des aktiv-entdeckendes Lernen möglichst zu Berücksichtigen. Eine Orientierung an der Zählentwicklung, wie sie z.B. MOSER OPITZ (2002, 86ff) detailliert darstellt, ist hierfür die Vorraussetzung. Außerdem können spielerische Zählerfahrungen, wie sie z.B. durch GeneSiS auch schwer körperbehinderten Kinder ermöglicht werden, hierzu einen wertvollen Beitrag leisten.

10.4.2 ZUM SCHULBUCH

Da fast jeder schulische Lerngang ein Schulbuch und/oder ein Arbeitsheft vorsieht, möchte ich hierzu noch kurz einen Hinweis bezüglich der Arbeit mit körperbehinderten Schülerinnen und Schülern geben. Das Computerprogramm „Multitext“ der Firma HINDELANG-Software Marktoberdorf bietet die Möglichkeit jede Schulbuchseite innerhalb kürzester Zeit zu digitalisieren und so aufzubereiten, dass man entsprechende Felder eines Arbeitsblatts per Tastatur, Computermaus oder Scanningsoftware ausfüllen kann. Daneben verfügt dieses Programm auch über vielfältige Schreib-, Rechen-, Mal- und Zeichenwerkzeuge für bewegungsbeeinträchtigte Schülerinnen und Schüler. Mit der Zeichenfunktion von Multitext ist es ebenfalls mit relativ geringem Aufwand möglich, jemandem wie Katrin, die eine Computermaus bedienen kann, die Arbeit am 20er-Feld zu ermöglichen. Es handelt sich hier aber nicht um ein kostenloses Programm, sondern ist ab 450,-€ zu erwerben. Zur Bedienung ist eine gewisse Einarbeitungszeit notwendig. Bei guten Computerkenntnissen ist es schon nach einer zweistündigen Schulung möglich, entsprechende Arbeitsblätter zu erstellen.

11 Persönliche Reflexion

Mal Hand auf's Herz, wäre es uns nicht genauso gegangen, wie unseren Kollegen in den 70er-Jahren? Ich zumindest kann für mich sagen, dass ich die Mengenlehre wohl ebenfalls, mit der vollen Überzeugung, den Kindern Gutes zu tun, „bis zum Umfallen" praktiziert hätte. Mir schien die Förderung pränummerischer Fähigkeiten als Voraussetzung für den Zahlbegriffserwerb – vor allem bei Kindern mit einer (Körper-)Behinderung – bis letztes Semester logisch und wichtig zu sein. Vor allem, wenn dies dann auch so in den (heilpädagogischen) Fachbüchern stehen würde.

Ich habe mich nie dabei ertappt, dass ich irgend ein schulisches Problem als personenimmanent betrachte hätte. Es kann heute aber niemand sagen, ob ich später als Lehrer doch in die Falle tappe und (vielleicht unbewusst) die Gründe für Schwierigkeiten meiner Schülerinnen und Schüler beim Mathematiklernen doch als unveränderbarer Teil der Behinderung ansehe, um so meinen Unterricht nicht hinterfragen zu müssen. Die Sache mit dem Erfahrungsmangel von körperbehinderten Kindern ist ja auch zu einleuchtend und zum Teil ja auch richtig und wichtig. Wir müssen uns nur fragen, wie dieser aussieht und dürfen ihnen andere Inhalte nicht mit der Begründung des Mangels jener Erfahrungen vorenthalten.

So besteht die Aufgabe des Lehrers beim grundlegenden Mathematikunterricht mit Kindern mit einer Körperbehinderung darin, dass er Realerfahrungen dort ermöglicht wo sie fehlen. Gleichzeitig muss er den Kindern die Welt der Zahlen zugänglich machen. Einer der ersten, und für Kinder meist ein einfacher, Zugang ist das Zählen von Alltagsgegenständen. Dabei muss der Lehrer nicht nur einen kindgerechten Weg finden, sondern vor allem die Welt eines körperbehinderten Kindes berücksichtigen. Eine Welt, wie sie in Schulbüchern oft abgebildet ist, passt eben nicht immer in die Welt eines Kindes mit Körperbehinderung, z.B. wenn es darum geht Stifte und Spitzer zu zählen, welche das Kind noch nie in der Hand halten konnte.

Die Auseinandersetzung mit den verschiedenen Modellen war insofern ein Gewinn, als ich einmal mehr gelernt habe, Entwicklungsmodellen, didaktischer Literatur und Schulbüchern nicht blind zu vertrauen. Auch, was wir heute als richtig ansehen, wird nicht ewig gültig sein. So ist eine (empirische) Überprüfung der Wirksamkeit mathematikdidaktischer Konzepte ein wichtiges Instrument, um falsche Wege zu verhindern und Gültiges zu hinterfragen. Solche Untersuchungen kann man später nicht selbst machen, aber man kann sich der Literatur bedienen, um eventuell gebräuchliche Lehrgänge zu hinterfragen. Darüber hinaus kann man, wenn man sich diesen kritischen Blick erhält, den Unterricht anhand der Lernfortschritte der Schüler immer wieder hinterfragen.

Die intensive Beschäftigung mit dem Konzept von Piaget hat mich gelehrt, die Dinge differenziert zu betrachten. Schon seit einiger Zeit gilt das Denken des „Übervaters" der Entwicklungspsychologie nicht mehr als uneingeschränkt richtig. Man darf aber auch nicht das Kind mit dem Bade ausschütten und alles von Piaget verdammen. Und vor allem habe ich gelernt: Es ist alles viel komplexer als man meint!

Dass die Kinder bei Schuleintritt keine mathematische „Tabula rasa“ sind, kann sich eigentlich jeder denken. Trotzdem ist es ein sehr verführerischer Gedanke für Lehrer, da es die Planung von (Anfangs-)Unterricht einfacher machen würde. Stattdessen obliegt es uns, das mathematische Vorwissen der Kinder aufzugreifen, fortzuführen oder, wenn nötig, grundlegend zu erarbeiten. So sollen alle Kinder das korrekte Zählen erlernen, eine körperliche Einschränkung darf kein Grund sein, dieses Ziel nicht zu verfolgen. Auf dem Weg zu einem kardinalen Verständnis muss das Zählen bei konkreten Dingen beginnen, kann später rationalisiert werden und sollte beim Rechnen bald, durch die Einsicht in die Struktur der Zahlen, und somit in Rechenvorteile, von Nichtzählstrategien abgelöst werden.

Dem heute, von vielen als gültig angesehenen, aktiv-entdeckenden Lernen kann ich vor allem deshalb viel abgewinnen, weil es die Schülerinnen und Schüler mit all ihren subjektiven Vorerfahrungen und ihren Ideen zur Lösung eines Problems ernst nimmt. Bei meinen Begegnungen mit Tilo konnte ich immer wieder erfahren, dass dieses Ernstnehmen für viele (Körperbehinderte) über Allem steht. Im Rahmen des aktiv-entdeckenden Lernens können sie zeigen, was sie können und erfahren, *Warum* ein Weg vielleicht ungeeignet ist. Bei der Arbeit mit körperbehinderten Kindern wäre es in diesem Zusammenhang verführerisch, sich einem Entwicklungsmodell anzuschließen, das die Anschauung in dem Mittelpunkt rückt. Nun sind die meisten aber keine „visuelle Typen“, wie sie z.B. die Kardinalzahltheorie bevorzugt, vielmehr müssen wir den Kindern Eignaktivität ermöglichen und uns dieser Aufgabe auch vor dem Hintergrund einer schweren Bewegungsbeeinträchtigung stellen. So ist m.E. der berühmte Satz eines Schülers von Maria Montessori so passend wie selten: „Hilf mir es selbst zu tun!“

Die Erarbeitung der verschiedenen Modifikationsmöglichkeiten war für mich ein großer Gewinn. Zum einen habe ich erfahren, dass es viel Sinn macht, Kategorien zu bilden, damit man ein strukturiertes Repertoire an Modifikationsmöglichkeiten kennt und damit später verschiedene Wege gehen kann, je nach Schülerin bzw. Schüler, Behinderung, Unterrichtsinhalt aber auch je nach den herrschenden Rahmenbedingungen. Zum anderen war es für mich interessant, einmal etwas Neues zu schaffen, das ich nicht aus Literatur erarbeiten konnte. Ich konnte quasi aktiv-entdeckend überlegen, ausprobieren, überarbeiten und ergänzen. Bei allen Modifikationsmöglichkeiten handelt es sich um Werkzuge, die man ge- und missbrauchen kann. Sie sind zunächst unabhängig von Inhalt und ohne Vorüberlegungen über Entwicklungsprozesse wertlos. Man hätte z.B. alles auch wunderbar bei der Umsetzung von Material zur Mengenlehre einsetzen können.

Von der konkreten Umsetzung bin ich momentan noch etwas enttäuscht, da es die Kinder mit (schwerer) Bewegungsbeeinträchtigung doch nicht so frei macht, wie ich es mir gewünscht hätte.

Genauso wie das didaktische Material den Rahmen vorgibt, in dem man sich bewegt, so beeinflusst die Art der Modifikation auch die (Denk-)Prozesse, die ein Kind im Umgang damit vollzieht. In unserem Beispiel beeinflusst die Scanrichtung des Programms die Anordnung der Zahlbilder.

So wird sich diese Enttäuschung hoffentlich bald wandeln, hin zu einer optimistisch realistischen Betrachtung, die mich immer wieder dazu treibt die Grenzen des Möglichen zu suchen, aber diese auch zu finden und anzuerkennen. Dabei muss ich letztlich akzeptieren, dass man eine (schwere) körperliche Beeinträchtigung nicht ungeschehen machen, und man die daraus resultierende Behinderung oft nicht in gewünschtem Maße abbauen kann. Darin soll aber in Zukunft als Lehrer an einer Schule für Körperbehinderte meine Aufgabe und Freude liegen.

> Wanderer, es gibt keinen Weg,
> der Weg entsteht beim Gehen.

Das könnte sowohl das aktiv-entdeckende Lernen, als auch die Modifikation von didaktischem Material beschreiben. Ebenso aber auch jeden Unterrichtsprozess. Schließlich auch den Prozess des Schreibens einer wissenschaftlichen Hausarbeit. Und so zitiere ich weiter:

> Beim Gehen entsteht der Weg,
> und im Blick zurück
> sieht man den Pfad,
> den man nie wieder betreten muss.

12 LITERATURVERZEICHNIS

- **BOBATH,** Berta; BOBATH Karel (1977): Die motorische Entwicklung bei Zerebralparesen. Thieme: Stuttgart
- **DELANK,** Heinz-Walter; GEHLEN, Walter (2004): Neurologie. 11. Auflage. Georg Thieme Verlag: Stuttgart
- **GERSTER**, Hans-Dieter; **SCHULTZ**, Rita (2004): Schwierigkeiten beim Erwerb mathematischer Konzepte im Anfangsunterricht. Bericht zum Forschungsprojekt Rechenschwäche – Erkennen, Beheben, Vorbeugen. 3. Aufl., Institut für Mathematik und Informatik und ihre Didaktiken der Pädagogischen Hochschule Freiburg: Freiburg im Breisgau
- **HUCH**, Renate; JÜRGENS, Klaus D. (2007): Mensch, Körper, Krankheit: Anatomie, Physiologie, Krankheitsbilder; Lehrbuch und Atlas für die Berufe im Gesundheitswesen. 5. Auflage. Verlag Elsevier, Urban & Fischer: München, Jena
- **JOHANN,** Michael (1999): Eine empirische Theorie des Zahlbegriffs. Europäischer Verlag der Wissenschaften: Frankfurt am Main
- **KALBE**, Udo (1981):Die Cerebral-Parese im Kindesalter. Ein Leitfaden für Ärzte, Studenten, Therapeuten, Pädagogen und Pflegeberufe. VEB Georg Thieme: Leipzig
- **KALLENBACH,** Kurt [Hrsg.] (2006): Körperbehinderung. Schädigungsaspekte, psychosoziale Auswirkungen und pädagogisch-rehabilitative Maßnahmen. 2. Auflage. Julius Klinkhardt: Bad Heilbrunn
- **KULTUSMINISTERIUM BADEN-WÜRTTEMBERG:** Bildungsplan für die Grundschulen, Lehrplanheft 3/1977. Neckar-Verlag; Villingen-Schwenningen 1977.
- **LEXIKON DER MATHEMATIK,** Band 4 (2002). Redaktion Guido Walz. Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg, Berlin
- **MINISTERIUM** FÜR KULTUS, JUGEND UND SPORT BADEN-WÜRTEMBERG (2004): Bildungsplan für die Grundschule. Neckar-Verlag GmbH: Villingen-Schwenningen
- **MOSER OPITZ,** Elisabeth (2002): Zählen Zahlbegriff Rechnen. 2. Aufl. Paul Haupt: Bern, Stuttgart, Wien
- **MOSER OPITZ**, Elisabeth.; **SCHMASSMANN**, Margret. (2006): Heilpädagogischer Kommentar zum Zahlenbuch. Hinweise zur Arbeit mit Kindern mit mathematischen Lernschwierigkeiten. Klett und Balmer Verlag: Zug
- **PADBERG,** Friedhelm (1996): Didaktik der Arithmetik. 2. Aufl. Spektrum Akademischer Verlag: Heidelberg, Berlin, Oxford
- **PSCHYREMBEL**, Willibald [Begr.]; DORNBLÜTH , Otto [Begr.] (2002): Pschyrembel Klinisches Wörterbuch. 259. Auflage. Verlag Walter de Gruyter: Berlin

- **THIELE,** Annett (1999): Infantile Cerebralparese. Zum Verständnis von Bewegung, Sprache und Entwicklung. Wiss.-Verlag Spiess: Berlin
- **VOIGT**, Friedrich (1981): Die Entwicklung des Zahlbegriffs im Vorschulalter: Übersicht über theoretische Probleme und empirische Untersuchungen. Unveröfftl. Bericht aus dem Psychologischen Institut der Universität Heidelberg. Diskussionspapier Nr. 24. Heidelberg
- **VOIGT**, Friedrich (1983): Entwicklungslinien des Zahlbegriffs im Vorschulalter: eine Längsschnittstudie. Dissertation an der Universität Heidelberg
- **WIECZOREK,** Marion (2005): Zur Problematik des Mathematikunterrichts bei Schülerinnen und Schülern mit Körperbehinderungen – Methodisch-didaktische Zugangswege. In: Zeitschrift für Heilpädagogik 6/2005, S. 235-241
- **WIKIPEDIA** [Hrsg.] (2008): Bertrand Russell. In: http://de.wikipedia.org/wiki/Bertrand_Russell, 07.06.2008

VERSICHERUNG

Hiermit versichere ich, dass die vorliegende Arbeit von mir selbst angefertigt, nur die angegebenen Hilfsmittel benutzt und an Stellen, die dem Wortlaut oder dem Sinne nach anderen Werken gegebenenfalls auch elektronischen Medien entnommen sind, durch Angaben der Quellen als Entlehnung kenntlich gemacht wurden. Entlehnungen aus dem Internet sind durch einen datierten Ausdruck belegt.

Reutlingen, den ....

....
Unterschrift